۱۸٫۷۵

مبینا جعفری پور — تکلیف ۱ — دوازدهم دختر ۳

۱

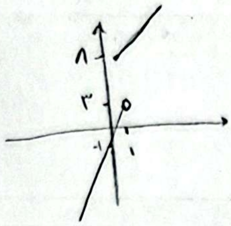
$f(x+2)=\begin{cases} 3x+5 & x\geq 1 \\ 4x-1 & <1 \end{cases}$

$4(3-x)\geq f(x+1) \Longrightarrow 3-x\geq x+1 \Rightarrow 2\geq 2x \Rightarrow 1\geq x$

$\Rightarrow D:(-\infty,1]$

از آنجایی که دامنه تابع $\mathbb{R}$ است بنابراین صعودی است

چون فقط انتقال افقی داشته



$\to f(x+2) \to f(x)$

صعودی اکید — صعودی اکید

۲

۲

$f(x)=(x^3+x)^3$ چون درون تابع صعودی اکید، صعودی اکید است

$f\circ f(x)<f(x^3) \Rightarrow f(x)<x^3 \Rightarrow (x^3+x)^3<x^3 \Rightarrow 0<x^3-(x^3+x)^3 \Rightarrow 0<(x-(x^3+x))\left(x^2+(x^3+x)^2+x(x^3+x)\right)$ *

براساس دوم این عبارت همیشه مثبت است

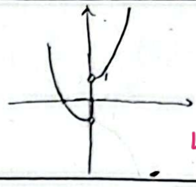
$\Rightarrow 0<x-(x^3+x) \Rightarrow x^3<0 \Rightarrow x<0$

* $a^2+b^2+ab>0 \Leftrightarrow 2a^2+2b^2+2ab>0 \Leftrightarrow (a+b)^2+a^2+b^2>0$ همیشه برقرار

۲

۳

$y=|x|(x^2+\frac{1}{x})\begin{cases} x>0 \Rightarrow x(x^2+\frac{1}{x})=x^3+1 \\ x<0 \Rightarrow -x(x^2+\frac{1}{x})=-x^3-1 \end{cases}$



$\to$ نایکنوا

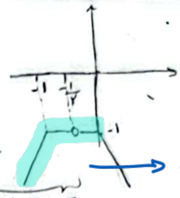
۲

۴

$f(x)=\dfrac{2x+1}{|x|-|x+1|}=\dfrac{2x+1}{|x|-|x+1|}\times\dfrac{|x|+|x+1|}{|x|+|x+1|}=\dfrac{(2x+1)(|x|+|x+1|)}{\underbrace{x^2-(x+1)^2}_{-2x-1}}=-|x|-|x+1|$

قرینه تابع بالایی g

$||x|-|x+1||\neq 0 \Rightarrow |x|\neq|x+1| \begin{cases} x\neq x+1 \\ -x\neq x+1 \Rightarrow x\neq -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow D_f:\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$ و



$\Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{2}}$

در این بازه صعودی

فرض می‌کنیم تابع $-|x|-|x+1|$ با تابع f برابر است و دامنه تابع g $\mathbb{R}$ است

$(-\infty,a]$

$\boxed{a<0}$

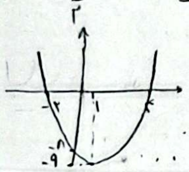
۱٫۷۵

۵

$y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x-8) \Rightarrow \begin{cases} f(x)=\log_{\frac{1}{2}}^{x} & \text{نزولی اکید} \\ g(x)=x^2-2x-8 & \text{نایکنوا} \end{cases} \Rightarrow y=f(g(x)) \longrightarrow$

برای صعودی اکید بودن باید $g(x)$ نزولی اکید باشد پس بازه‌ای از راس را می‌خواهیم که اینگونه باشد.

$\Rightarrow x=-\frac{b}{2a}=\frac{2}{2}=1$ راس



$\Rightarrow (-\infty,1]$

$\log_{\frac{1}{2}} x^2-2x-8 \xrightarrow{\text{شرط دامنه}} x^2-2x-8<0 \quad (x-4)(x+2)<0$

اشتراک نهایی $\to x<-2$

$x<-2$ یا $x>-4$

۱٫۲۵

۶

الف) $|a^2-3 \Rightarrow 4<a^2 \Rightarrow 2<a \cup a<-2$ تابع نزولی صعودی اکید

ب) $\begin{cases} a^2-3=0 \Rightarrow a^2=3 \Rightarrow a=\pm\sqrt{3} & \text{تابع ثابت ۰} \\ a^2-3=1 \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=\pm 2 & \text{تابع ثابت ۱} \end{cases}$

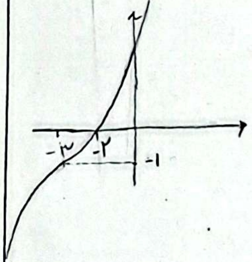
$\to$ صعودی اکید هم می‌تواند باشد

$a^2-3>1 \to a>2$ یا $a<-2$

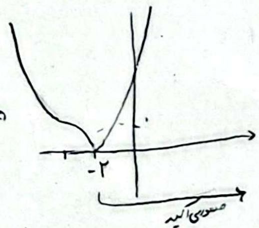
۱٫۷۵

۷

$(-3,-1)\to f(x)=m(x+3)^3-1 \overset{m=1}{=} (x+3)^3-1$



$\Rightarrow$



صعودی اکید

$\Rightarrow k=-2$

۲

$f(x)=x+\sqrt{x}-2 \rightarrow$ جمع دو تابع صعودی اکیداً، صعودی اکیداست. $D_f:[0,+\infty)$

$f\circ f(x)\leq f(\sqrt{x}) \Rightarrow f(x)\leq \sqrt{x} \Rightarrow x+\sqrt{x}-2\leq\sqrt{x} \Rightarrow \underline{x\leq 2}$ ۸

$\sqrt{x}\geq 0 \Rightarrow \underline{x\geq 0}$ / $f(x)\geq 0 \Rightarrow x+\sqrt{x}-2\geq 0 \Rightarrow (\sqrt{x}+\frac{1}{2})^2-\frac{9}{4}\geq 0 \Rightarrow (\sqrt{x}+\frac{1}{2})^2\geq\frac{9}{4}$ $\begin{cases} \sqrt{x}+\frac{1}{2}\geq\frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{x}\geq 1 \Rightarrow \underline{x\geq 1} \\ \sqrt{x}+\frac{1}{2}\leq-\frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{x}\leq -2 \end{cases}$ غ ق ق ۲

$\Rightarrow [1,2] \rightarrow$ گزینه

$-1\leq\cos x\leq 1 \Rightarrow 0\leq\cos^2 x\leq 1 \Rightarrow 0\leq 9\cos^2 x\leq 9 \Rightarrow -1\leq 9\cos^2 x-1\leq 8 \Rightarrow -1\leq\sqrt[3]{9\cos^2 x-1}\leq 2$ ۹

$f(x)=2^{\sqrt[3]{9\cos^2 x-1}}-2^{\sqrt[3]{1-9\cos^2 x}} \xrightarrow{2^{\sqrt[3]{9\cos^2 x-1}}=a} t-\frac{1}{t}=\frac{t^2-1}{t}$ $\min t=2^{-1}=\frac{1}{2}$, $\max t=2^2=4$ $\xrightarrow{\text{در سر بازه‌ها می‌دهیم}}$ $[-\frac{3}{2},\frac{15}{4}]$ فرض می‌شود $\Rightarrow \boxed{b-a=\frac{21}{4}}$ ۲

$g\circ f(x)=\frac{2^{x-[x+2]}-2^{-x+[x+2]}}{2} \xrightarrow{2^{x-[x+2]}=a} \frac{a-\frac{1}{a}}{2}=\frac{a^2-1}{2a}$ $\Rightarrow$ در سر بازه‌ها می‌دهیم $[-\frac{15}{8},-\frac{3}{4}]$ ۱۰

$f(x)=x-[x+2]=x-[x]-2 \Rightarrow 0\leq x-[x]<1 \Rightarrow -2\leq x-[x]-2<-1 \Rightarrow \frac{1}{4}\leq 2^{x-[x]-2}<\frac{1}{2}$ فرض می‌شود ۲