

$$f(n+2) = \begin{cases} 3n+5 & n > 1 \\ 4n-1 & n < 1 \end{cases} \rightarrow f(n) = \begin{cases} 3n-1 & n > 3 \\ 4n-9 & n < 3 \end{cases}$$

چون نسبت هاست پس f تابع صعودی هر دو فاصله

$$y = \sqrt{f(3-n) - f(n+1)}$$

$$f(3-n) > f(n+1) \xrightarrow[\text{صعودی}]{\text{ت.ت.ف}} 3-n \geq n+1 \rightarrow 2n \leq 2 \quad n \leq 1 \rightarrow (-\infty, 1]$$

$$f(n) = (n^3+n)^3 \quad f \circ f(n) = f(n^3+n^3)$$

$f(n)$ تابعی صعودی است پس جهت ناحیه دل برنی گردد

$$f \circ f(n) < f(n^3) \rightarrow f(n^3+n^3) < f(n^3)$$

$$(n^3+n)^3 < n^3 \xrightarrow[\text{ت.ت.ف}]{\text{رشته سوم}} n^3+n < n \rightarrow n^3 < 0 \rightarrow \boxed{n < 0}$$

$$y = |n| (n^2 + \frac{1}{n})$$

$$\rightarrow n > 0 \rightarrow n^3 + 1$$

$$\rightarrow n < 0 \rightarrow -n^3 - 1$$

رسم می کنیم

تابع ثابت

$$f(n) = \frac{2n+1}{|n|-|n+1|}$$

تعیین علامت مخرج

$$|n|-|n+1|$$

$$n > 0 \rightarrow \frac{2n+1}{-1} = -2n-1 \rightarrow x \text{ تابع نزولی}$$

$$-1 \leq n \leq 0 \rightarrow \frac{2n+1}{-2n-1} = -1 \rightarrow \text{تابع ثابت}$$

$$n \leq -1 \rightarrow \frac{2n+1}{2n+1} = 1 \rightarrow \text{تابع صعودی}$$

$$(-\infty, 0] \rightarrow \boxed{a=0}$$

$$y = \log_{\frac{1}{2}} (n^2-2n-1)$$

چون مبنای لگاریتم $\frac{1}{2}$ است پس y تابع نزولی است پس برای اینکه f صعودی باشد پس تابع n^2-2n-1 نیز باید نزولی باشد تا f صعودی شود.

$$n^2-2n-1 \rightarrow \frac{-b}{2a} \rightarrow -\frac{(-2)}{2} = 1 \rightarrow \text{ریشه } (-\infty, 1] \text{ نزولی}$$

$$n^2-2n-1 > 0 \rightarrow (n-4)(n+2) > 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (4, \infty)$$

$$\frac{-2}{1} \quad \frac{4}{1} \rightarrow (-\infty, -2) \cup (4, \infty)$$

$$f(x) = (x^2 - 3)^x$$

$$x^2 - 3 > 1 \rightarrow x^2 > 4 \rightarrow x > 2, x < -2$$

الف) تابع f صعودی/نزولی باشد ←

$$a = \pm \sqrt{3}$$

$$x^2 - 3 = 0 \rightarrow x^2 = 3$$

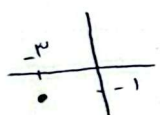
ب) پس f می تواند تابع ثابت باشد ←

$$x^2 - 3 \geq 1 \rightarrow x^2 \geq 4 \rightarrow x \geq 2, x \leq -2$$

ب) تابع f صعودی باشد.

به ازای

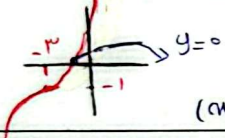
$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \rightarrow \text{ریشه } (-3, -1) \text{ به موازات محور عمود باشد}$$



$$K(x+3)^3 - 1 = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$(x+3)^3 - 1 = x^3 + ax^2 + bx + c$$

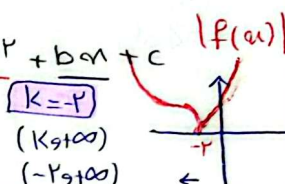
$$K=1 \rightarrow \text{چون ضریب } x^3 \text{ یک است}$$



$$x^3 + 27 + 9x^2 + 27x - 1 = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$a=9, b=27, c=27$$

$$(x+3)^3 - 1 = 0 \rightarrow (x+3)^3 = 1 \rightarrow x+3 = 1 \rightarrow x = -2$$



$$f(x) = x + \sqrt{x} - 2, x > 0 \rightarrow \text{تابع صعودی است} \rightarrow f(x) > 0, x + \sqrt{x} - 2 > 0$$

$$(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1) > 0$$

$$\sqrt{x} - 1 > 0$$

$$\sqrt{x} > 1$$

$$x > 1$$

$$f \circ f(x) \leq f(\sqrt{x}) \rightarrow f(x + \sqrt{x} - 2) \leq f(\sqrt{x})$$

چون $\sqrt{x}$ عددی مثبت است پس
 $f(x)$ نیز باید عددی مثبت باشد

$$x + \sqrt{x} - 2 \leq \sqrt{x} \rightarrow x - 2 \leq 0 \rightarrow x \leq 2$$

$$0 < x \leq 2 \rightarrow \text{از طرفی } x > 0 \rightarrow x \leq 2 \rightarrow \text{در مجموع } 0 < x \leq 2$$

$$f(x) = \sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1} - 2$$

بیشترین مقداری که $\cos^2 x$ می پذیرد و کمترین مقدار است

$$a = \frac{-\pi}{2}, b = \frac{\pi}{2}$$

$$b - a = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{1}$$

$$\rightarrow \cos^2 x = 0 = \frac{\sqrt[3]{9(0)-1}}{2} - 2 = \frac{\sqrt[3]{-1}}{2} - 2 = -\frac{1}{2} - 2 = -\frac{5}{2} \text{ (min)}$$

$$\rightarrow \cos^2 x = 1 = \frac{\sqrt[3]{9(1)-1}}{2} - 2 = \frac{\sqrt[3]{8}}{2} - 2 = \frac{2}{2} - 2 = 1 - 2 = -1 \text{ (max)}$$

$$f(x) = x - [x] - 2$$

$$g(x) = \frac{x^x - x^{-x}}{x}$$

$$g \circ f = g(x - [x] - 2)$$

$$x - [x] \xrightarrow{2} [0, 1) \xrightarrow{-2} [-2, -1) \rightarrow \text{در بازه } [-2, -1) \text{ تابع } f(x)$$

$$x = -2 \rightarrow \frac{x^x - x^{-x}}{x} = \frac{(-2)^{-2} - (-2)^2}{-2} = \frac{\frac{1}{4} - 4}{-2} = \frac{-\frac{15}{4}}{-2} = \frac{15}{8}$$

$$x = -1 \rightarrow \frac{x^x - x^{-x}}{x} = \frac{(-1)^{-1} - (-1)^1}{-1} = \frac{-1 - (-1)}{-1} = \frac{0}{-1} = 0$$

$$R_f = \left[-\frac{15}{8}, 0\right]$$