[illegible] آفرین ۱۹,۷۵ [illegible]

SUBJECT:
Page : (   )
Year: Month: Day:

① $f(x+2)=\begin{cases}3x+5 & x\geq 1\\ 4x-1 & x<1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3(t-2)+5 & t-2\geq 1\\ 4(t-2)-1 & t-2<1\end{cases}$

②

$\Rightarrow x+2=t$

$\Rightarrow x=t-2 \Longrightarrow f(t))=\begin{cases}3t-1 & t\geq 3\\ 4t-9 & t<3\end{cases} \Rightarrow f(x)\begin{cases}3x-1 & x\geq 3\\ 4x-9 & x<3\end{cases}$

$f(x)$ هر تابع اکیداً صعودی است

$y=\sqrt{f(3-x)-f(x+1)} = f(3-x)\geq f(x+1)$

$3-x\geq x+1 \Rightarrow 2x\leq 2 \Rightarrow x\leq 1 \Rightarrow D_f=(-\infty,1]$ ✓

② $f(x)=(x^3-x)^3 \Rightarrow$ اکیداً صعودی است زیرا همواره به ازای افزایش مقدار x، افزایش می‌یابد

$f(x^3)>f\circ f(x) \Rightarrow x^3>f(x) \Rightarrow x^3>(x^3+x)^3$

②

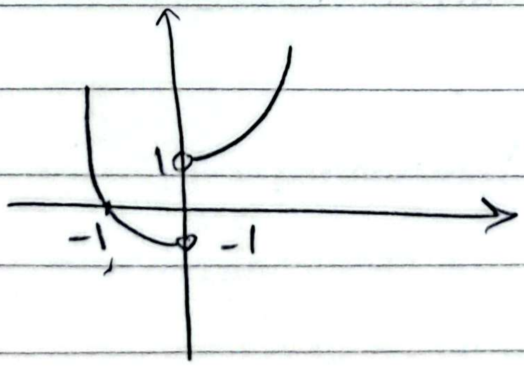
$\Rightarrow x>x^3+x \Rightarrow x^3<0 \Rightarrow x<0$ ✓

③ $y=|x|(x^2+\frac{1}{x}) \Rightarrow$

$$\begin{array}{c|c} & 0 \\ -x(x^2+\frac{1}{x}) & x(x^2+\frac{1}{x}) \\ -x^3-1 & \downarrow \text{ت.ن} \Rightarrow x^3+1\end{array}$$

②

این تابع در بازه‌ی $(-\infty, 0)$ نزولی و در بازه‌ی $(0, +\infty)$ صعودی است ولی به طور کلی این تابع نایکنوا ✓



④

$$f(x)=\frac{۲x+۱}{|x|-|x+۱|}\times\frac{|x|+|x+۱|}{|x|+|x+۱|}=\frac{(۲x+۱)(|x|+|x+۱|)}{x^۲-(x+۱)^۲}$$

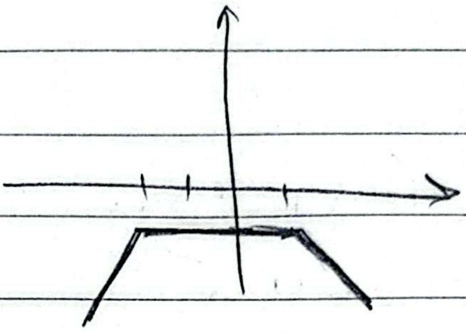
$$\Rightarrow f(x)=\frac{(۲x+۱)(|x|+|x+۱|)}{-(۲x+۱)}=-(\underbrace{|x|}_{۰}+\underbrace{|x+۱|}_{-۱})$$

②

-۱

$۲x+۱ \;|\; -۱ \;|\; -۲x-۱$

$-۱ \qquad -۱$



حداکثر در بازه $(-\infty,۰)$ صعودی

$a_{max}=\boxed{۰}$

---

⑤

$$y=\log_{\frac{۱}{۲}}^{x^۲-۲x-۸}\Rightarrow x^۲-۲x-۸>۰\Rightarrow(x-۴)(x+۲)>۰$$

۴ یا $\qquad$ یا -۲

$x\in(-\infty,-۲)\cup(۴,+\infty) \Leftarrow$ $\quad -۲ \quad ۴$: $+ \,|\, - \,|\, +$

②

تابع w لگاریتم بر مبنای $\frac{۱}{۲}$ به طور کلی نزولی است پس اگر بخواهیم اکیدا صعودی شود باید

$x\in(-\infty,-۲)$

---

⑥

الف)

$$f(x)=(a^۲-۳)^x\Rightarrow a^۲-۳>۱\Rightarrow a^۲>۴\Rightarrow$$ $\quad -۲ \quad ۲$: $+ \,|\, - \,|\, +$

$a\in(-\infty,-۲)\cup(۲,+\infty)$

②

ب)

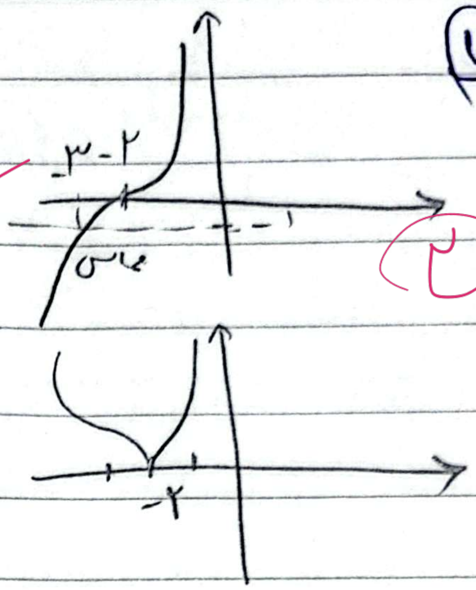
① $a^۲-۳\geq ۱\Rightarrow a^۲\geq ۴\Rightarrow a\in(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

② $a^۲-۳=۰\Rightarrow a=\pm\sqrt{۳}\Rightarrow a\in ①,② \Rightarrow$

$a\in(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)\cup\{\pm\sqrt{۳}\}$

⑦

$f(x) \xrightarrow[(-۳,-۱)]{\text{نقطه}} (x+۳)^۳-۱=y$



✓ ②

$y=|f(x)|=|(x+۳)^۳-۱|$

$|(x+۳)^۳-۱| \Rightarrow x=-۲ \xleftarrow{y=۰}$

در بازه $(-۲,+\infty)$ اکیداً صعودی است ✓

کمترین مقدار $\boxed{k=-۲}$

⑧ $f(x)=\overset{\text{صعودی}}{x}+\overset{\text{صعودی}}{\sqrt{x}}-۲ \longrightarrow$ تابع صعودی $D_f=x\geq ۰$

$\sqrt{x}=t \longrightarrow t^۲+t-۲\geq ۰ \Rightarrow (t+۲)(t-۱)\geq ۰$ ۱٫۷۵

$\times\ t=-۲\ ,\ t=۱\ ✓$

(۲) دقت کن به صورت سوال

① $x\geq ۱ \Leftarrow \sqrt{x}\geq ۱$

$f\circ f(x) \leq f\sqrt{x} \xrightarrow[\text{صعودی}]{\text{تابع}} f(x)\leq\sqrt{x} \longrightarrow x+\sqrt{x}-۲\leq\sqrt{x} \Rightarrow$

$x-۲\leq ۰ \longrightarrow x\leq ۲$ ②

① و ② $\Rightarrow ۱\leq x\leq ۲ \Rightarrow \boxed{x=۱}$ و ۲ یک مقدار

⑨ $f(x)=۲^{\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}}-۲^{\sqrt[۳]{۱-۹\cos^۲x}}=۲^{\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}}-۲^{-\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}}$

$\sqrt[۳]{۹\cos^۲x-۱}=t \Rightarrow ۲^t-۲^{-t} \longrightarrow$ تابع صعودی ✓

②

$0 \leq \cos^۲ x \leq ۱ \longrightarrow -۱ \leq ۹\cos^۲ x - ۱ \leq ۸ \longrightarrow -۱ \leq t \leq ۲$

$\Rightarrow f_{max} \xRightarrow{t=۲} ۴ - \frac{۱}{۴} = \frac{۱۵}{۴} = b$

$f_{min} \xRightarrow{t=-۱} \frac{۱}{۲} - ۲ = \frac{-۳}{۲} = a$

$\Big\} \longrightarrow b - a = \frac{۱۵}{۴} + \frac{۶}{۴} = \frac{۲۱}{۴}$ ✓

$f(x) = x - [x+۲] = \overbrace{x-[x]}^{[0,۱)} - ۲ \longrightarrow R_f = [-۲, -۱)$ (ط)

$D_{g(x)} = [-۲, -۱) \longrightarrow g(-۲) = \frac{۲^{-۲} - ۲^{۲}}{۲} = \frac{\frac{۱}{۴} - ۴}{۲} = -\frac{۱۵}{۸}$ (۳)

$\longrightarrow g(-۱) = \frac{۲^{-۱} - ۲}{۲} = \frac{-۳}{۴}$ ✓

$\Rightarrow R_{gof} = \left[\frac{-۱۵}{۸}, \frac{-۳}{۴}\right)$