عادل رهنما

SUBJECT: Year: Month: Day:

Page : ( )

① $f(x+2)=\begin{cases}3x+5 & x\geq 1\\ 4x-1 & x<1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3(t-2)+5 & t-2\geq 1\\ 4(t-2)-1 & t-2<1\end{cases}$

$\Rightarrow x+2=t$

$\Rightarrow x=t-2 \Rightarrow f(t)=\begin{cases}3t-1 & t\geq 3\\ 4t-9 & t<3\end{cases} \Rightarrow f(x)\begin{cases}3x-1 & x\geq 3\\ 4x-9 & x<3\end{cases}$

هر دو تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است

$y=\sqrt{f(3-x)-f(x+1)} \Rightarrow f(3-x)\geq f(x+1)$

$3-x\geq x+1 \Rightarrow 2x\leq 2 \Rightarrow x\leq 1 \Rightarrow D_f=(-\infty,1]$

② $f(x)=(x^3-x)^3 \Rightarrow$ اکیداً صعودی است، زیرا همواره به ازای افزایش x مقدار، افزایش می‌یابد

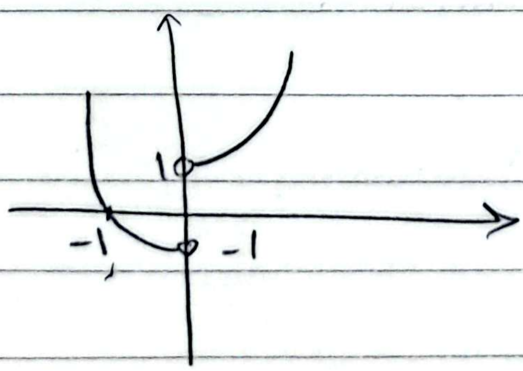
$f(x^3)>f\circ f(x) \Rightarrow x^3>f(x) \Rightarrow x^3>(x^3+x)^3$

$\Rightarrow x>x^3+x \Rightarrow x^3<0 \Rightarrow x<0$

③ $y=|x|(x^2+\frac{1}{x}) \Rightarrow$

$-x(x^2+\frac{1}{x})$	0	$x(x^2+\frac{1}{x})$
$-x^3-1$	ت.ن	$\Rightarrow x^3+1$

این تابع در بازه $(-\infty,0)$ نزولی و در بازه $(0,+\infty)$ صعودی است ولی به طور کلی این تابع نایکنوا

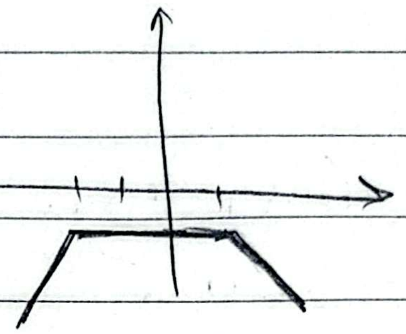


④

$f(x) = \frac{2x+1}{|x|-|x+1|} \times \frac{|x|+|x+1|}{|x|+|x+1|} = \frac{(2x+1)(|x|+|x+1|)}{x^2-(x+1)^2}$

$\Rightarrow f(x) = \frac{(2x+1)(|x|+|x+1|)}{-(2x+1)} = -(|x|+|x+1|)$

$2x+1$	-1	$-2x-1$



حالا در بازه $(-\infty, 0)$ صعودی

$a_{max} = 0$

⑤

$y = \log_{\frac{1}{2}}^{x^2-2x-8} \Rightarrow x^2-2x-8>0 \Rightarrow (x-4)(x+2)>0$

4 یا -2

$x \in (-\infty,-2)\cup(4,+\infty) \Leftarrow$ $\begin{matrix} -2 & & 4 \\ + & - & + \end{matrix}$

تابع u نسبت بر مبنای $\frac{1}{2}$ به طور کلی نزولی است پس اگر بخواهیم اکیداً صعودی شود باید

$x \in (-\infty, -2)$

⑥

$f(x) = (a^2-3)^x \Rightarrow a^2-3>1 \Rightarrow a^2>4 \Rightarrow$ الف) $\begin{matrix} -2 & & 2 \\ + & - & + \end{matrix}$

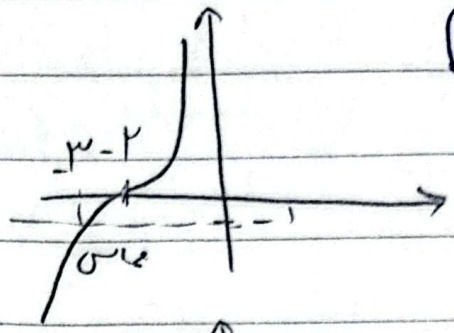
$a \in (-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

ب) ① $a^2-3 \geq 1 \Rightarrow a^2 \geq 4 \Rightarrow a \in (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

② $a^2-3=0 \Rightarrow a=\pm\sqrt{3} \Rightarrow a \in ①,② \Rightarrow$

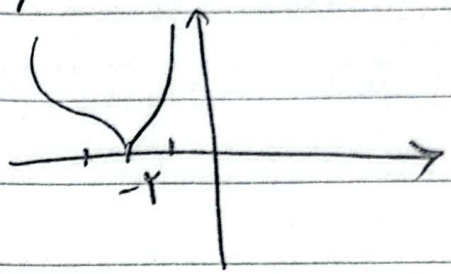
$a \in (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)\cup\{\pm\sqrt{3}\}$

$f(x) \xrightarrow[(-3,-1)]{\text{نقطه}} (x+3)^3 - 1 = y$ (۷)



$y = |f(x)| = |(x+3)^3 - 1|$

$|(x+3)^3 - 1| \Rightarrow x = -2 \xleftarrow{y=0}$



در بازه $(-2, +\infty)$ اکیداً صعودی است

کمترین عدد $k = -2$

$f(x) = x + \sqrt{x} - 2$ ← تابع صعودی (صعودی صعودی) $R_f = x \geq 0$ (۸)

$\sqrt{x} = t \rightarrow t^2 + t - 2 \geq 0 \Rightarrow (t+2)(t-1) \geq 0$

$\times t = -2, \ t = 1 \checkmark$

① $x \geq 1 \leftarrow \sqrt{x} \geq 1$

$f \circ f(x) < f\sqrt{x} \xrightarrow[\text{صعودی}]{\text{تابع}} f(x) < \sqrt{x} \rightarrow x + \sqrt{x} - 2 < \sqrt{x} \Rightarrow$

$x - 2 < 0 \rightarrow x < 2$ ②

① و ② $\Rightarrow 1 \leq x < 2 \Rightarrow x = 1$ یک عدد

$f(x) = 2^{\sqrt[3]{9\cos^2 x - 1}} - 2 = 2^{\sqrt[3]{1 - 9\cos^2 x}} = 2^{\sqrt[3]{9\cos^2 x - 1}} - 2^{-\sqrt[3]{9\cos^2 x - 1}}$ (۹)

$\sqrt[3]{9\cos^2 x - 1} = t \Rightarrow 2^t - 2^{-t}$ ← تابع صعودی

SUBJECT:

Year: Month: Day:

Page : ( )

$0 \le \cos^2 x \le 1 \longrightarrow -1 \le 9\cos^2 x - 1 \le 8 \longrightarrow -1 \le t \le 2$

$\Rightarrow f_{max} \xrightarrow{t=2} 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4} = b$

$f_{min} \xrightarrow{t=-1} \frac{1}{2} - 2 = \frac{-3}{2} = a$

$\Big\} \rightarrow b - a = \frac{15}{4} + \frac{8}{4} = \frac{23}{4}$

$[0,1)$

$f(x) = x - [x+2] = \underbrace{x - [x]}_{[0,1)} - 2 \rightarrow R_f = [-2,-1)$ (b)

$D_{g(x)} = [-2,1) \rightarrow g(-2) = \frac{2^{-2} - 2^2}{2} = \frac{\frac{1}{4} - 4}{2} = \frac{-15}{8}$

$\hookrightarrow g(-1) = \frac{2^{-1} - 2}{2} = \frac{-3}{4}$

$\Rightarrow R_{g \circ f} = \left[\frac{-15}{8}, \frac{-3}{4}\right)$