کلینیک شماره ی ۹ — ۱۸٫۷۵ — به نام خدا

هستی کریمی — دوازدهم دختر B

۱)

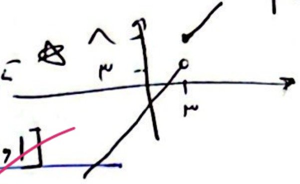
$$f(x+2)=\begin{cases}3x+5 & x\geq 1\\ 4x-1 & x<1\end{cases} \Rightarrow x+2=t \Rightarrow x=t-2 \Rightarrow f(t)=\begin{cases}3(t-2)+5 & t\geq 3\\ 4(t-2)-1 & t<3\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(t)=\begin{cases}3t-1 & t\geq 1\\ 4t-9 & t<1\end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 1\\ 4x-9 & x<1\end{cases}$$

$$y=\sqrt{f(3-x)-f(x+1)}$$

$$f(3-x)\geq f(x+1) \xRightarrow{\text{f صعودی اکید}} 3-x\geq x+1 \Rightarrow 2x\leq 2 \Rightarrow x\leq 1 \Rightarrow D_y=(-\infty,1]$$

* تابع f صعودی اکید است.



۱ — ۲

۲)

$$f(x)=(x^3+x)^3$$

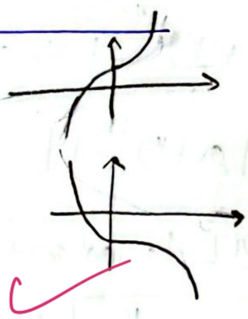
$$f\circ f(x)<f(x^3) \xRightarrow{\text{از دو طرف f می گیریم}} f(x)<x^3 \Rightarrow (x^3+x)^3<x^3 \xRightarrow{\sqrt[3]{}} x^3+x<x \Rightarrow x^3<0 \Rightarrow \boxed{x<0}$$

چون صعودی اکیده جهت عوض نمی گردد.

۳

۳)

$$y=|x|\left(x^2+\frac{1}{x}\right) \begin{cases} x>0 \Rightarrow x^3+1 \\ x<0 \Rightarrow -x^3-1\end{cases}$$



صعودی اکید

نزولی اکید

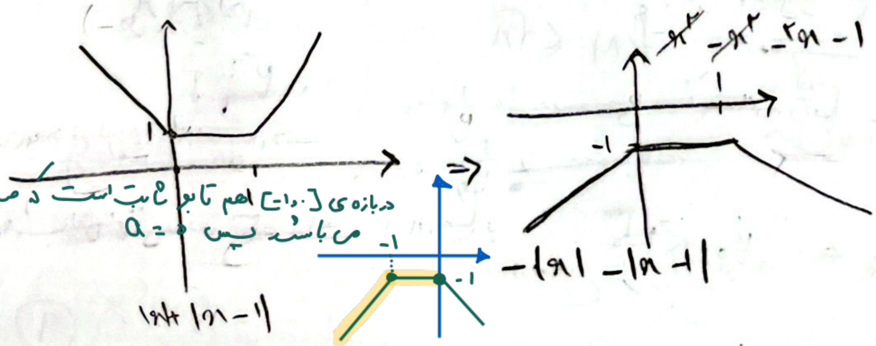
← غیر یکنوا

۳ — ۲

۴)

$$f(x)=\frac{2x+1}{|x|-|x+1|}\times\frac{|x|+|x+1|}{|x|+|x+1|}=\frac{(2x+1)(|x|+|x+1|)}{x^2-(x+1)^2}=-|x|-|x+1|=-(|x|+|x+1|)$$

$$x^2-x^2-2x-1$$



$|x|+|x-1|$ $\Rightarrow$ $-|x|-|x+1|$

$\Rightarrow$ تابع صعودی $\Rightarrow x\in(-\infty,1]$

$\boxed{\text{Max } a=1}$

در بازه ی $[-1,0]$ هم تابع ثابت است که صعودی نیز می باشد پس $a=0$

۱٫۵ — ۴

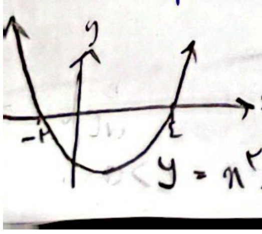
۵)

$$y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x-8)=-\log_2(x^2-2x-8)=+\log_2\frac{1}{x^2-2x-8} \Rightarrow \text{شرط log}: \frac{1}{x^2-2x-8}>0$$

$$(x-4)(x+2)>0$$

$$x>4 \text{ یا } \boxed{x<-2}$$

* صعود بیر حواسمان باشد که هنگام معکوس کردن تابع، تابع صعودی نزولی می شود. در واقع f(x) صعودی است که $\frac{1}{f(x)}$ اکیداً نزولی باشد بنابراین شاخه نزولی که جواب است.



$y=x^2-2x-8$ $\Rightarrow x\geq 4$ ، $x\leq -2$

$$\Rightarrow x<-2$$

جواب آخر

۲ — ۵

۶) الف) f اکیداً صعودی باشد

$f(x)=(a^2-3)^x$

$a^2-3>1$
$a^2>4$
$a>2$ یا $a<-2$

۲

ب) f صعودی باشد:

$f(x)=(a^2-3)^x$

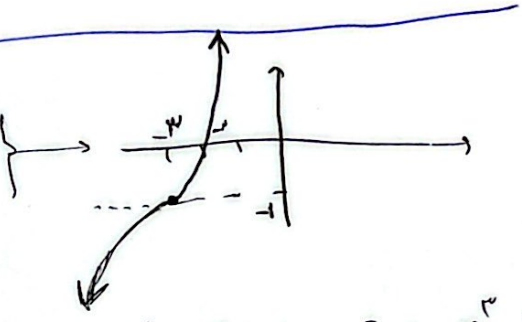
① $a^2-3>1$
$a^2>4 \Rightarrow a>2$
$\cancel{a<-2}$

②
$a^2-3=0 \to a^2=3 \Rightarrow a=\pm\sqrt{3}$
$a^2-3=1 \to a^2=4 \Rightarrow a=\pm 2$

$\xrightarrow{\cup} a\in(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)\cup\{\pm\sqrt{3}\}$

۷)

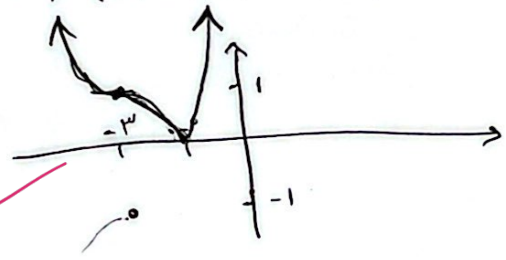
$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$
$(-3,-1) \Rightarrow$ نقطه عطف تابع



۲

$f(x)=(x+3)^3-1 \Rightarrow x^3+9x(x+3)+27-1 \Rightarrow f(x)=x^3+9x^2+27x+26$

$y=|f(x)|=|(x+3)^3-1| \Rightarrow$



تابع نمودار در بازه $[-2,+\infty)$ اکیداً صعودی است.

$\boxed{k=-2}$ کمترین مقدار k

۸)

$f(x)=\overbrace{x+\sqrt{x}-2}^{\text{اکیداً صعودی}}$

$D_{fof} \to f(x)\in D_f \to x+\sqrt{x}-2\geq 0 \quad (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)\geq 0$
$\sqrt{x}\geq 1 \to x\geq 1 \xrightarrow{\text{اشتراک}} 1\leq x\leq 2$ اعداد صحیح ۲

$fof(x)\leq f(\sqrt{x}) \xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{f^{-1}\ \text{از دو طرف}} f(x)\leq\sqrt{x} \Rightarrow x+\sqrt{x}-2\leq\sqrt{x}$

چون هر دو تابع اکیداً صعودی است از جهت برنمی‌گردد.

$\boxed{x\leq 2}$ I

شرط دامنه ی $\sqrt{x}$ $\rightarrow \boxed{x\geq 0}$ II

$I\cap II=[0,2] \Rightarrow \{0,1,2\}$ اعداد صحیح

۱٫۲۵

۹)

$f(x)=2^{\sqrt[3]{9\cos^2x-1}}-2^{\sqrt[3]{1-9\cos^2x}} \qquad R_f=[a,b]$

۲

$0\leq\cos^2x\leq 1 \to 0\leq 9\cos^2x\leq 9 \Rightarrow -1\leq 9\cos^2x-1\leq 8 \Rightarrow -1\leq\sqrt[3]{9\cos^2x-1}\leq 2 \Rightarrow R_{f_1}=[2^{-1},2^2]$

$\Rightarrow -8\leq -9\cos^2x+1\leq 1 \Rightarrow -2\leq\sqrt[3]{-9\cos^2x+1}\leq 1 \Rightarrow R_{f_2}=[2^{-2},2^1]$

$\to R_f=[\frac{1}{2},4]$ از هم کم

$R_f=[\frac{1}{4},2] \xrightarrow{\text{کم کنیم}} R_f=[-\frac{3}{2},\frac{15}{4}] \Rightarrow b-a=\frac{15}{4}+\frac{6}{4}=\frac{21}{4}$ جواب

$f(x) = x - [x + 2]$ 　　 نیز تابع

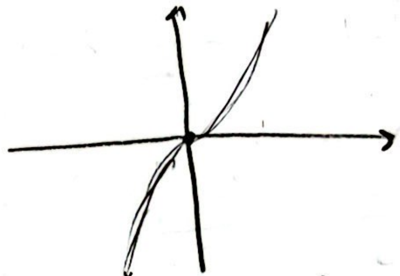
$g(x) = \dfrac{2^x - 2^{-x}}{2}$ 　　 $gof(x) = ?$

۲

$f(x) = \underbrace{x - [x]}_{[0,1)} - 2 \Rightarrow R_f = [-2 , -1) - D_{g(x)}$

بازه‌ی $[-2,-1)$ در دامنه تابع g هست

$g(x) = \dfrac{2^x - 2^{-x}}{2} \Longrightarrow$



این تابع اکیداً صعودی است پس برد آن به صورت مقابل است:

$[g(-2) , g(-1))$

$g(-2) = \dfrac{2^{-2} - 2^2}{2} = \dfrac{\frac{1}{4} - 4}{2} = \dfrac{\frac{1}{4} - \frac{16}{4}}{2} = \dfrac{-15}{8}$

$g(-1) = \dfrac{2^{-1} - 2}{2} = \dfrac{\frac{1}{2} - \frac{4}{2}}{2} = \dfrac{-3}{4}$

$\Rightarrow R_f = [\dfrac{-15}{8} , \dfrac{-3}{4})$