۹ کلینیک شماره ی   به نام خدا   هستی ...
دوازدهم دختر ۱۲

۱

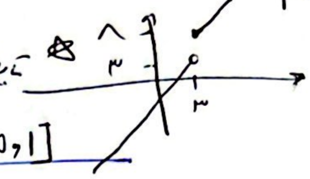
$$f(x+2)=\begin{cases}3x+5 & x\geq 1\\ 4x-1 & x<1\end{cases} \Rightarrow x+2=t \Rightarrow x=t-2 \Rightarrow f(t)=\begin{cases}3(t-2)+5 & t\geq 3\\ 4(t-2)-1 & t<3\end{cases}$$

$$\Rightarrow f(t)=\begin{cases}3t-1 & t\geq 1\\ 4t-9 & t<1\end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 1\\ 4x-9 & x<1\end{cases}$$

$$y=\sqrt{f(3-x)-f(x+1)}$$

$$f(3-x)\geq f(x+1) \xRightarrow{\text{صعودی اکید } f} 3-x\geq x+1 \Rightarrow 2x\leq 2 \Rightarrow x\leq 1 \Rightarrow D_y=(-\infty,1]$$

تابع f صعودی اکید است.



۲

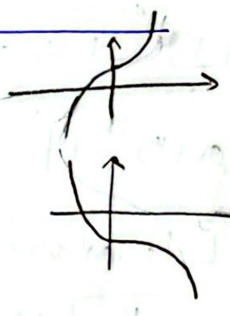
$$f(x)=(x^3+x)^3$$

$$fof(x)<f(x^3) \xRightarrow{\text{از دو طرف } f^{-1} \text{ می‌گیریم}} f(x)<x^3 \Rightarrow (x^3+x)^3<x^3 \xRightarrow{\sqrt[3]{\ }} x^3+x<x \Rightarrow x^3<0 \Rightarrow \boxed{x<0}$$

چون صعودی اکیده هست بیرون می‌آید.

۳

$$y=|x|\left(x^2+\frac{1}{x}\right) \quad x>0 \Rightarrow x^3+1 \qquad x<0 \Rightarrow -x^3-1$$



صعودی اکید

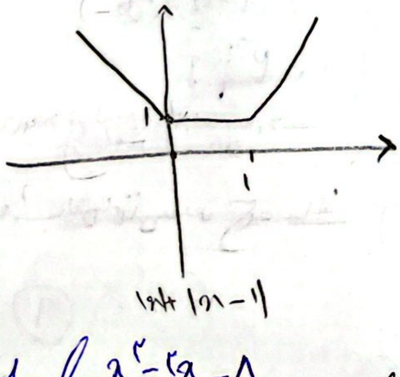
نزولی اکید

⇐ غیر یکنوا

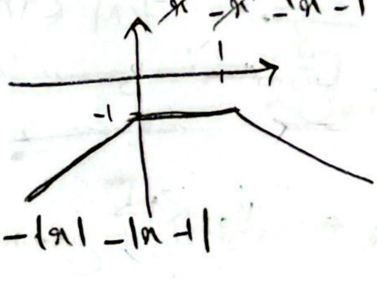
۴

$$f(x)=\frac{2x+1}{|x|-|x+1|}\times\frac{|x|+|x+1|}{|x|+|x+1|}=\frac{(2x+1)(|x|+|x+1|)}{x^2-(x+1)^2}=-|x|-|x-1|=-(|x|+|x-1|)$$

$$\cancel{x^2}-\cancel{x^2}-2x-1$$



$|x|+|x-1|$



$-|x|-|x-1|$

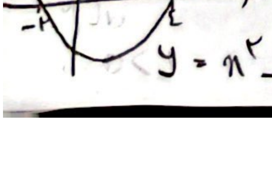
$\Rightarrow$ تابع صعودی $\Rightarrow x\in(-\infty,1]$

$$\boxed{\max a=1}$$

۵

$$y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x-8)=-\log_2(x^2-2x-8)=+\log_2\frac{1}{x^2-2x-8} \Rightarrow \text{شرط } \log:\ \frac{1}{x^2-2x-8}>0$$

$$(x-4)(x+2)>0 \qquad x>4 \text{ یا } \boxed{x<-2}$$



$y=x^2-2x-8$

$\Rightarrow x\geq 4$

$\Rightarrow x\leq -2$

★ صعودی باید حواسمان باشد که بخاطر معکوس کردن $(\frac{1}{x})$ باید صعودی شود در ماهیت تابع f(x) یعنی $\frac{1}{f(x)}$ اکیداً صعودی است که f(x) اکیداً نزولی باشد بنابراین شاخه نزولی که جواب است

$$\Rightarrow \boxed{x<-2}$$ جواب

۶

$f(x)=(a^2-3)^x$

الف) f اکیداً صعودی باشد: $a^2-3>1$

$a^2>4$

$a>2$ یا $a<-2$

$f(x)=(a^2-3)^x$

ب) f صعودی باشد: ① $a^2-3>1$, $a^2>4 \Rightarrow a>2$ یا $a<-2$

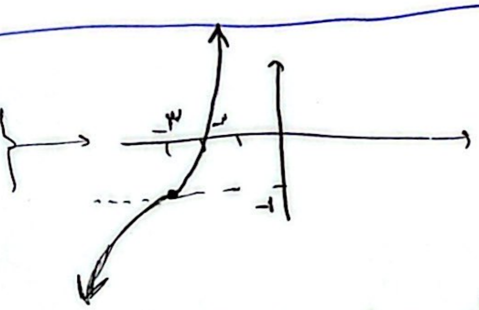
②
$$a^2-3=0 \rightarrow a^2=3 \Rightarrow a=\pm\sqrt{3}$$
$$a^2-3=1 \rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=\pm 2$$

$\xrightarrow{\cup} a\in(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)\cup\{\pm\sqrt{3}\}$

۷

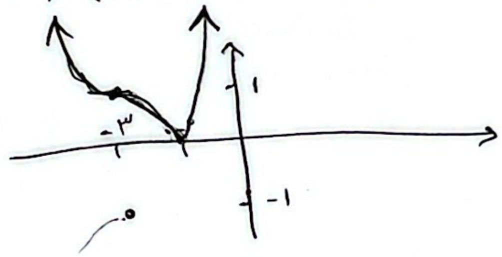
$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

$(-3,-1) \Rightarrow$ نقطه عطف تابع



$$f(x)=(x+3)^3-1 \Rightarrow x^3+9x(x+3)+27-1 \Rightarrow f(x)=x^3+9x^2+27x+26$$

$$y=|f(x)|=|(x+3)^3-1| \Rightarrow$$



شکل نمودار در بازه $(-\infty,-2]$ اکیداً صعودی است.

$\boxed{K=-2}$ بیشترین مقدار K

۸

$f(x)=\overbrace{x+\sqrt{x}}^{\text{اکیداً صعودی}}-2$

$fof(x)\le f(\sqrt{x}) \xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{از دو طرف } f^{-1}} f(x)\le\sqrt{x} \Rightarrow x+\sqrt{x}-2\le\sqrt{x}$

$\boxed{x\le 2}$ I

چون هر دو تابع اکیداً صعودی‌اند از جهت برنمی‌گردد.

$\boxed{x\ge 0}$ ← شرط دامنه‌ی $\sqrt{x}$ II

$$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}=[0,2] \Rightarrow \underbrace{\{0,1,2\}}_{\text{اعداد صحیح}}$$

۹

$f(x)=2^{\sqrt[3]{9\cos^2x-1}}-2^{\sqrt[3]{1-9\cos^2x}}$ $\quad R_f=[a,b]$

$$0\le\cos^2x\le1 \rightarrow 0\le 9\cos^2x\le 9 \Rightarrow -1\le 9\cos^2x-1\le 8 \Rightarrow -1\le\sqrt[3]{9\cos^2x-1}\le 2 \Rightarrow R_{f_1}=[2^{-1},2^2]$$

$\rightarrow R_{f_1}=[\frac{1}{2},4]$ از هم کم

$\Rightarrow -8\le -9\cos^2x+1\le 1 \Rightarrow -2\le\sqrt[3]{-9\cos^2x+1}\le 1 \Rightarrow R_{f_2}=[2^{-2},2^1]$

$\Rightarrow R_{f_2}=[\frac{1}{4},2]$ می‌کنیم $\Rightarrow R_f=[-\frac{3}{2},\frac{15}{4}] \Rightarrow b-a=\frac{15}{4}+\frac{6}{4}=\boxed{\frac{21}{4}}$

$f(x) = x - [x + 2]$

$g(x) = \dfrac{2^{x} - 2^{-x}}{2}$

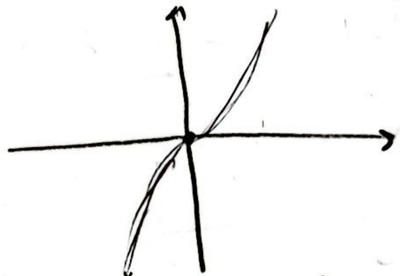
برد تابع

$g \circ f(x) = ?$

$f(x) = \underbrace{x - [x]}_{[0,1)} - 2 \Rightarrow R_f = [-2, -1) - D_{g(x)}$

بازه‌ی $[-2,-1)$ در دامنه تابع g هست

$g(x) = \dfrac{2^{x} - 2^{-x}}{2} \Longrightarrow$



این تابع اکیداً صعودی است پس برد آن به صورت مقابل است:

$\left[g(-2), g(-1)\right)$

$g(-2) = \dfrac{2^{-2} - 2^{2}}{2} = \dfrac{\frac{1}{4} - 4}{2} = \dfrac{\frac{1}{4} - \frac{16}{4}}{2} = \dfrac{-15}{8}$

$g(-1) = \dfrac{2^{-1} - 2}{2} = \dfrac{\frac{1}{2} - \frac{4}{2}}{2} = \dfrac{-3}{4}$

$\Rightarrow R_f = \left[-\dfrac{15}{8}, -\dfrac{3}{4}\right)$