

۱۹, ۵

الف) $\begin{cases} y_1^2 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \\ y_2^2 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} y_1^2 = y_2^2 \Rightarrow y_1 = y_2 \Rightarrow \text{تابع است} \checkmark$

ب) $\text{تابع نیست} \Rightarrow 90^\circ \cos y = y \cos 90^\circ \Rightarrow 90 \cos y = 0 \Rightarrow y = 90^\circ, 270^\circ, \dots$

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \Rightarrow x+y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow (x+y)^2 = 4xy \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \Rightarrow (x-y)^2 = 0 \Rightarrow x=y \Rightarrow \text{تابع است} \checkmark$

د) $xy^2 + 2x = y^3 + 2y \Rightarrow x(y^2 + 2) = y(y^2 + 2) \Rightarrow x=y \Rightarrow \text{تابع است} \checkmark$

الف) تابع است $\checkmark$ تابع است $\checkmark$ $\rightarrow \begin{cases} y = x^2 & y > 0 \\ y = \frac{x^2}{3} & y < 0 \end{cases} \rightarrow \text{نیکی}$

ب) $x^2 = 2y - 1 \rightarrow y = \frac{x^2 + 1}{2}$

ب) $[y] + [x] = 1 \xrightarrow{x=0} [y] = 1 \Rightarrow 1 \leq y < 2 \rightarrow \text{تابع نیست} \checkmark$

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x \geq 3 \\ a + 2x & 0 \leq x \leq 3 \\ 2x^2 - b & x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow 2(3)^2 - b = a + 2(3) \Rightarrow \boxed{a + b = 12} \checkmark$

با توجه به آنکه a و b ریشه‌های پازه هستند در نتیجه $a - b(a - b)^2 = 0 \Rightarrow a(1 - b) = a^2 \Rightarrow \boxed{a + b = 1} \checkmark$

چون دامنه دارای یک پازه است می‌توانیم که زیر را دیدیم یک تابع خطی است $\Leftrightarrow a = 0$

و ۲ ریشه این تابع است $\Leftrightarrow 2b + c = 0 \Rightarrow c = -2b$ و چون از $-\infty$ شروع شده شیب تابع منفی است $\Leftrightarrow b < 0$

$3a + c - 3|b| = 0 - 2b + 3b = \boxed{b} \checkmark$

$$y = \sqrt{(3x+9b) \over x+b}$$

$$x+b=0 \Rightarrow b=-x \quad \checkmark$$

چون در یازدهم صورت سؤال ۲ باز است
نتیجه می گیریم که ۲ مخرج کسر را صفر می کند

(۲)

۶

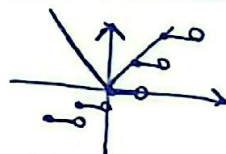
$$الف) x^2 - x \geq 0 \rightarrow x(x-1)(x+1) \geq 0 \rightarrow \begin{matrix} -1 & 0 & 1 \\ - & + & - & + \end{matrix} \quad D_f = [-1, 0] \cup [1, +\infty) \quad \checkmark$$

(۲)

۷

$$ب) |x| - 1 > 0 \Rightarrow |x| > 1 \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases} \quad D_g = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \quad \checkmark$$

$$ج) |x| - [x] \neq 0 \Rightarrow |x| \neq [x]$$



$$D_f = \mathbb{R} - \mathbb{W} \quad \checkmark$$

(۱, ۵)

۸

$$د) \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \Rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \Rightarrow y = 81 - 18\sqrt{x} + x \rightarrow x \geq 0 \quad D_f = [0, 81] \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} [2x - \frac{1}{x}] + [2x + \frac{3}{x}] &> 0 \rightarrow [2x - \frac{1}{x}] + [2x + 1 + \frac{1}{x}] \rightarrow [2x - \frac{1}{x} + 1] + [2x + \frac{1}{x}] \\ &\rightarrow 2[2x + \frac{1}{x}] > 0 \rightarrow \text{[scribbled out]} \\ \text{[scribbled out]} &\rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 1 \rightarrow x \geq \frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$\rightarrow D_f = [\frac{1}{e}, +\infty) \quad \checkmark$$

(۲)

۹

$$2x - a > 0 \rightarrow x > \frac{a}{2}$$

$$1 - \log(2x - a) \geq 0 \Rightarrow \log(2x - a) \leq 1 \Rightarrow 2x - a \leq 10 \Rightarrow x \leq \frac{10+a}{2} \quad \therefore \Delta + \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow (\frac{a}{2}, \omega + \frac{a}{2}]$$

$$\omega + \frac{a}{2} - \frac{a}{2} = \omega \quad \checkmark$$

(۲)

۱۰

$$\text{ب. } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \end{cases} \xrightarrow{y \geq 0} 0 \leq x \leq 81 \quad \xrightarrow{\cap} [0, 81] \quad - \infty$$