

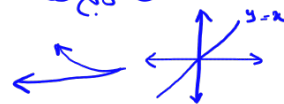
۲۰

الف) $y^3 = 2x^2 + 2x - 1$ $\xrightarrow{\text{تکلیف ریاضی}}$ $\begin{cases} y_1^3 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \\ y_2^3 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2$ تابع هست. ✓

ب) $x = \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} \cos y = y \cos \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} \cos y = 0 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$ (مثال نقیض) تابع نیست. (X) ✓

ج) $x + y = 2\sqrt{x}y \xrightarrow{\text{توان ۲، دو طرفه ضرب}} x^2 + y^2 + 2xy = 4xy \rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 0 \rightarrow (x - y)^2 = 0 \Rightarrow x = y$ تابع هست. ✓

د) $y^2 + 2y - 2x = 0$
 $y(y + 2) - 2x = 0 \xrightarrow{\text{همه دو طرفه}} (y + 2)(y - x) = 0$
 $y = x$ تابع هست. ✓



الف) $2y - |y| = x^2$

$\rightarrow \begin{cases} y = x^2, y \geq 0 \\ y = \frac{x^2}{3}, y < 0 \end{cases} \rightarrow \frac{x^2}{3} \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 0$ غلط ✓

$\Rightarrow$ تابع هست. ✓

ب) $[y] + [x] = 1$

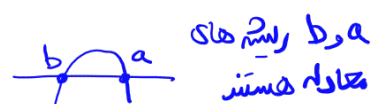
$x = 0 \rightarrow 1 \leq y < 2$
 $y = 1, 1.1, 1.2, \dots$ تابع نیست. (X) ✓

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x - 1| \geq 2 \\ a + 2x & 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \\ x - 1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1 \end{cases}$

$x = 3 \rightarrow 11 - b = a + 6 \rightarrow a + b = 11$ ✓

$f(x) = \sqrt{-x^2 - bx + a}$

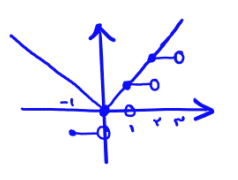
$-x^2 - bx + a \rightarrow D_f = [b, a]$



$\rightarrow \begin{cases} -a = b \rightarrow b = -a \\ -b = b + a \rightarrow 2b = -a \end{cases} \rightarrow a + b = 0$ ✓

$ax^2 + bx + c > 0 \quad D = (-\infty, 2) \Rightarrow$ درجه ۱ هست $\Rightarrow a = 0$ ✓

$\rightarrow bx + c > 0 \rightarrow \begin{cases} x > \frac{-c}{b} \\ x < 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ -2b = +c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{جهت عوض شود پس} \\ \text{و} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + c - 3|b| \\ = \frac{c}{-2b} + 3b = b \end{cases}$ ✓

$D = (2 + \infty) \quad \frac{3x+2}{x-2} + a \geq 0 \rightarrow \frac{3x+2+ax-2a}{x-2} = \frac{(3+a)x+2-2a}{x-2} \geq 0$ چون در دامنه فقط یک ریشه مشاهده می‌کنیم، صورت ریشه‌ای ندارد. ۲ ریشه تابع هست اما چون باز است مخرج را صفر نمی‌کنیم $\Leftarrow$ $x+b=0$ $x \rightarrow b=-2$ $\Leftarrow$ خواسته سوال $3+a=0 \rightarrow a=-3 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{1}{x-2}}$	۲ ۶
الف) $x^3 - x \geq 0$ $x(x^2 - 1) \geq 0$ $x(x-1)(x+1) \geq 0$ $\frac{-1}{-} \frac{0}{+} \frac{1}{-} \frac{+}{+} \Rightarrow D = [-1, 0] \cup [1, +\infty)$ ب) $x - 1 > 0$ $ x > 1 \quad \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$ $D = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$	۲ ۷
الف) $x - [x] \neq 0 \rightarrow x \neq [x] \Rightarrow$  $\Rightarrow D = \{x x \notin \mathbb{W}\}$ $D = \mathbb{R} - \mathbb{W}$ ب) $y = (9 - \sqrt{x})^2 \rightarrow 11 + x - 18\sqrt{x} = y$ $\sqrt{y} \Rightarrow y \geq 0 \rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \boxed{x \leq 81}$ $\boxed{x \geq 0}$ $D = [0, 81]$	۲ ۸
$\left[2x - \frac{1}{x}\right] + \left[2x + \frac{3}{x}\right] > 0 \xrightarrow{x-2} \left[2x + \frac{3}{x}\right] - 2 + \left[2x + \frac{3}{x}\right] > 0$ $2\left[2x + \frac{3}{x}\right] - 2 > 0 \rightarrow \left[2x + \frac{3}{x}\right] > 1 \rightarrow 2x + \frac{3}{x} \geq 2$ $\rightarrow 2x \geq \frac{1}{x} \Rightarrow \left(x \geq \frac{1}{x}\right) \text{ یا } \left(D = \left[\frac{1}{x}, +\infty\right)\right)$	۲ ۹
$2x - a > 0 \rightarrow x > \left(\frac{a}{2} = b\right)$ $b =$ باز است پس $1 - \log(2x - a) \geq 0 \rightarrow 1 \geq \log_{10}(2x - a) \rightarrow 10 \geq 2x - a \rightarrow \frac{10+a}{2} \geq x$ $c =$ بسته است پس $\Rightarrow \left(\frac{10+a}{2} = c\right) \Rightarrow c - b = \frac{10+a-a}{2} = \boxed{5}$	۲ ۱۰