

۱۹، ۲۵

۱) تابع را حل کنید و آن را رسم کنید و اگر یک به یک بود یعنی خط افقی را دوباره قطع نکند پس تابع است.

یک به یک است
پس تابع است.

شکلش صفحه آخر بدست می آید

راه (۲) رسم شکل و دادن چند نقطه
متوجه می شویم که نقاط بالا ای می باشد
(و ضابطه را بنویس) و مشتق می دهیم

$$x = \begin{cases} 3y-1 & y \geq 0 \\ -y^2 & y > 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{انعکاس}} y = \begin{cases} 3x-1 & x \geq 0 \\ -x^2 & x > 1 \end{cases}$$

فقط حواست باشد که $x=4$ در دامنه است و $x=4$ در دامنه نیست

$$g(x) = \sqrt{\frac{x f(x-2)}{f(x)}} \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ f(x-2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=0 \\ x=7 \end{cases}$$

$$f(x) \rightarrow \text{ریشه ها} \rightarrow \{-4, 3, 5, 7\}$$

$$D_g \rightarrow \{x \geq 0\}$$

$$D_g = (-4, -2] \cup [0, 3) \cup [7, +\infty)$$

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 2}{x^3 - 4x} \rightarrow x(x^2 - 4) = x(x-2)(x+2) \rightarrow \text{ریشه ها} = \{0, \pm 2\}$$

الف) $D_f = ? \rightarrow x \neq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, \pm 2\}$

ب) $D: \sqrt{f(x)} = ? \rightarrow \frac{2x^2 - 3x + 2}{x^3 - 4x} \geq 0 \xrightarrow{+/-} \frac{-2}{0} \frac{0}{0} \frac{+2}{0} \frac{+}{+}$

$$\Rightarrow D_f = (-2, 0) \cup (2, +\infty)$$

الف) $y = \sqrt{\frac{x-2}{x^4 - 2x^2 - 1}} \rightarrow t^2 - 2t - 1 = (t-4)(t+2) \begin{cases} t=4 = x^2 \rightarrow x = \pm 2 \\ t=-2 = x^2 \rightarrow x \end{cases}$

$$\rightarrow \{x \geq 0\} \xrightarrow{\text{ریشه ها}} \begin{cases} x=2 \\ x=\pm 2 \end{cases} \rightarrow \frac{-2}{0} \frac{+2}{0} \frac{+}{+} \Rightarrow D_f = (-2, +\infty) - \{2\}$$

ب) $y = \frac{2x^2 + 1}{x - 2[-x]} \rightarrow x \neq 0 \rightarrow x - 2[-x] \neq 0 \rightarrow x + 2x \neq 0 \rightarrow 3x \neq 0 \rightarrow x \neq 0$

$$x \in (-2, -2] \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - (-2, -2]$$

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{x(x^2-1)}{|x|+x}} \rightarrow \{x \geq 0\} \rightarrow \frac{-1}{0} \frac{0}{0} \frac{+1}{0} \frac{+}{+} \Rightarrow D_f = [1, +\infty)$

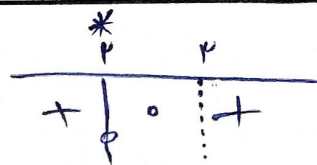
$$\rightarrow \{x \geq 0\} \rightarrow \begin{cases} x+1 \rightarrow \checkmark \\ x-1 \rightarrow 0 \text{ یا } x \\ 0 \rightarrow x \end{cases} \Rightarrow \mathbb{R}^+ - \{0\}$$

ب) $f(x) = \frac{\sqrt{|x-2| - x^2}}{|x|-1} \rightarrow |x-2| - x^2 \geq 0 \rightarrow x^2 \leq |x-2| \rightarrow \begin{cases} x-2 \geq x^2 \\ x-2 \leq -x^2 \end{cases}$

$$\rightarrow x \neq \pm 1$$

$$\rightarrow \begin{cases} x^2 - x + 2 \leq 0 \rightarrow + \text{ or } - \times \\ x^2 + x - 2 \leq 0 \rightarrow x = 1, -2 \end{cases} \Rightarrow \frac{-2}{+0} \frac{1}{-0} \frac{+}{+} \Rightarrow D_f = [-2, 1) - \{-1\}$$

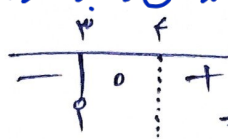
$$y = \sqrt{(x-2)[x-3]} \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

دریجه داخل قدر مطلق، عبارت را منفی کنیم!

$$y = \sqrt{|x-1|[x-3]} \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$$



$$[x-3] \rightarrow 3 \leq x \leq 4$$

$$\Rightarrow D_f = [3, +\infty) \cup \{1\}$$

$$y = \frac{1}{|x-2|-1} - k$$

$$|x-2|-1 = k \rightarrow |x-2| = k+1$$

در اینجا $x \geq 3$ است

$$k = ?$$

$$\begin{cases} x-2 = k+1 \rightarrow x = k+3 \\ x-2 = -k-1 \rightarrow x = -k+1 \\ x-2 = -k+1 \rightarrow x = -k+3 \\ x-2 = k-1 \rightarrow x = k+1 \end{cases}$$

اینجا $k=1$ باشد این مقدار $x=3$ می‌دهد

$$\Rightarrow k=1$$

$$x^2 - 2nx + 3n = 0$$

$$f(n) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 3x + 2} \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, -1, 1\} \rightarrow n=3$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow (x-2)^2 \rightarrow \text{این معادله دارای یک ریشه مضاعف است} \rightarrow x=2$$

$$y = \lg_{x+1} \left(\lg_x \frac{1}{x} \right)$$

$$\begin{cases} x+1 \neq 1 \rightarrow x \neq 0 \text{ (I)} \\ x+1 > 0 \rightarrow x > -1 \text{ (II)} \end{cases}$$

$$\lg_x \frac{1}{x} \rightarrow \begin{cases} \lg_x \frac{1}{x} > 0 \rightarrow \frac{1}{x} < 1 \text{ (III)} \\ x > 0 \text{ (IV)} \\ x \neq 1 \end{cases}$$

شرایط I, II, III, IV

$$\Rightarrow D_f = (0, +\infty) \setminus \{1\}$$

$$f(n) \rightarrow D_f = [-5, 3] \quad f(t) \rightarrow -5 \leq t \leq 3$$

$$f(3n^2-1) \rightarrow f(t) = f(3n^2-1) \rightarrow t = 3n^2-1$$

$$\rightarrow -5 \leq 3n^2-1 \leq 3 \rightarrow -\frac{4}{3} \leq n^2 \leq \frac{4}{3} \rightarrow 0 \leq n^2 \leq \frac{4}{3} \rightarrow -\frac{2}{\sqrt{3}} \leq n \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$D_f = \left[-\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$1) \quad n+1 > 0 \rightarrow n > -1, \quad n+1 \neq 1 \rightarrow n \neq 0 \quad -9$$

$$2) \quad n > 0, \quad n \neq 1$$

$$\xrightarrow{n} D_f = (0, 1)$$

$$3) \quad \lg \frac{1}{n} > 0 \rightarrow 0 < n < 1$$