

پارا جانتیری تالیف ۳ دوازدهم پسر

$$1- f(x) = \begin{cases} 2x-1 & ; [x] > 2 \\ x+3 & ; [x] \leq 2 \end{cases}, x \geq 0 \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x-1 & ; x \geq 0 \\ x+3 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} \sqrt{2x-1} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{x+3} & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{x+3} & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \end{cases} \Rightarrow x \geq -3$$

$$\underline{U} \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq x \Rightarrow D_y = [-\frac{3}{2}, +\infty)$$

$$2- y = \frac{3(2x+1)^2}{((2x+1)^2)^2} = \frac{3(2x+1)^2}{(2x+1)^4} = \frac{3}{2x+1}$$

$$\underline{U} \Rightarrow 2x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{2} \Rightarrow D_y = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$$

$$3- f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x^2-x-2}{x^2-1} = \frac{3x^2-x-2}{x^2-1} = \frac{(x^2-1)(x+2)}{x^2-1} = x+2 & ; x \neq \pm 1 \\ \frac{ax+b}{x+c} & ; x = \pm 1 \end{cases}$$

چون توابع فوق باهم برابرند

پس باید ضابطه های آنها یکسان عمل کند (در این مثال، باید یکسان باشند):

$$x+c = x+2 \Rightarrow \boxed{c=2}$$

$$g(x) = f(x) \xrightarrow{x=1} g(1) = f(1) \Rightarrow (1)+2 = \frac{a+2}{b+1} \Rightarrow 3b+2 = a+2 \Rightarrow \begin{cases} b-a = -1 \\ b+a = 3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x=-1} g(-1) = f(-1) \Rightarrow (-1)+2 = \frac{-a+2}{b-1} \Rightarrow b-1 = -a+2 \Rightarrow \begin{cases} b-a = -1 \\ b+a = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b-a = -1 \\ b+a = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ a = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$b+c = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} = \frac{d}{r}$$

$$4- g(x) = \frac{x^2-1}{x^2+ax+b} \quad \left. \begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ \Rightarrow x^2+ax+b &= x^2-(c+1)x+c \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مقایسه}} \begin{cases} a = -c-1 \\ b = c \end{cases} \quad (I)$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow D_f = D_g \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - c \Rightarrow g(x) = \frac{x^2-1}{(x-c)^2}$$

$$\Rightarrow x^2-2cx+c = x^2+ax+b \Rightarrow \begin{cases} a = -2c \\ b = c \end{cases} \quad (II)$$

(III), (I)

$$\Rightarrow -c-1 = -2c \Rightarrow \boxed{c=1} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=-2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b+c = -2+1+1 = 0$$

↓
 ۵- $f(n+1) = (n-2)^2(n) = (n^2-4n+4)(n) = n^3-4n^2+4n$
 $f(1-n) = (-n+2)^2(-n) = (n^2-4n+4)(-n) = -n^3+4n^2-4n$

$\Rightarrow \boxed{g(n) = -n^3}$ [البته بدون باز کردن توابع $f(n+1)$ و $f(1-n)$]
(با ناکثرگیری) می تونه جواب رسیده .

۶- $f(1-2n) = \begin{cases} 5n+2 & n \leq 0 \\ 5n & n > 0 \end{cases}$

$n=1 \Rightarrow f(-1) = 5 \cdot 1 + 2 = 7$
 $n=-1 \Rightarrow f(3) = 5 \cdot (-1) + 2 = -3$
 $\Rightarrow f(-1) + f(3) = \boxed{4}$

۷- $f(n+5n) = n^4 + 3n$ $\xrightarrow{n=6} f(6) = 6^4 + 3 \cdot 6 = 1296 + 18 = 1314$ $\boxed{f(6) = 1314}$

۸- $f(n-1) = (n-1)^3 + (n-1)$
 $f(1-n) = (1-n)^3 + (1-n) = -((n-1)^3 + (n-1)) = -f(n-1)$

$\Rightarrow f(n-1) + f(1-n) = \boxed{0}$ [البته می دانیم تابع $f(n) = n^3 + n$ یک تابع فرد است پس با ازای دو ورودی، مقادیر متضادی دهه]

۹- $2f - g = \{(1, k)\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} D_{f \cap g} &= 1 \\ D_f : x \geq \frac{a}{k} \Rightarrow D_f &= [\frac{a}{k}, +\infty) \\ D_g : x \leq \frac{b}{k} \Rightarrow D_g &= (-\infty, \frac{b}{k}] \end{aligned} \right\} \Rightarrow$

$\frac{a}{k} = \frac{b}{k} = 1 \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=\frac{1}{k} \end{cases}$

(برای اینکه اشتراک دو بازه حاصل تنها یک عدد شود باید بازه ها به صورت زیر باشند: $\frac{a}{k} = \frac{b}{k}$)

$\Rightarrow \begin{cases} f(1) = k-1 \Rightarrow 2f(1) = 2k-2 \\ g(1) = 3k \end{cases} \Rightarrow 2f(1) - g(1) = 2k-2-3k = \boxed{-k-2}$

$-k-2 = k \Rightarrow 2k = -2 \Rightarrow \boxed{k = -1}$

$\Rightarrow 3a - \frac{b}{k} - k = 3(\frac{1}{k}) - \frac{2}{-1} - (-1) = \frac{3}{-1} + 2 + 1 = \boxed{3}$

۱۰- $D_{f \times g} = D_f \cap D_g = [-1, \sqrt{v}]$
 $D_f : \begin{matrix} m > 0 \\ n \leq m \end{matrix} \Rightarrow D_f = (-\infty, m]$
 $D_g : \begin{matrix} m > 0 \\ n \geq -1 \end{matrix} \Rightarrow D_g = [-1, +\infty)$
 $\Rightarrow [-1, m] = [-1, \sqrt{v}] \Rightarrow \boxed{m = \sqrt{v}} \Rightarrow f(n) = \sqrt{v-n} + n$

$\left. \begin{aligned} f-g(3) &= f(3) - g(3) = 6\sqrt{2} \\ g(3) &= \sqrt{m+3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow n+2-2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{n = 8\sqrt{2}-2}$
 $n+m = 8\sqrt{2}-2+\sqrt{v} = \boxed{8\sqrt{2}+5}$

تکالیف کلاس <<< مار