

$$① f(-n) - n f(n) = 2|n| + 1$$

$$② f(n) + n f(-n) = 2|n| + 1$$

(1)

$$① \rightarrow f(n) = 2|n| + 1 - n f(-n)$$

$$① \rightarrow f(-n) - n (2|n| + 1 - n f(-n)) = 2|n| + 1$$

$$\rightarrow (1+n^2) f(-n) = 2|n| + 1 + 2n|n| + n$$

$$\rightarrow f(-n) = \frac{2|n| + 1 + 2n|n| + n}{1+n^2} \rightarrow f(n) = \frac{2|n| + 1 - 2n|n| - n}{1+n^2}$$

$$f(n) + f(0) = n^2 - 3n + 4$$

(2)

$$2f(0) = 4 \rightarrow f(0) = 2 \rightarrow f(n) = n^2 - 3n + 2$$

$$\rightarrow f(n^2) = n^4 - 3n^2 + 2$$

$$y > \frac{n^2 + n + 2}{n-1} \rightarrow n^2 + n + 2 = y(n-1)$$

(3)

$$\rightarrow n^2 + (1-y)n + (2+y) = 0 \rightarrow n = \frac{y-1 \pm \sqrt{1+y^2-2y-4-4y}}{2}$$

$$\rightarrow y^2 - 4y - 4 \geq 0 \rightarrow (y-4)(y+1) \geq 0 \rightarrow R_y = (-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$$

$$الف) y = 2n^2 - 5n + 1$$

(4)

$$\min = -\frac{a}{2a} = -\frac{5}{4} = -1.25 \quad R_y = [-1.25, +\infty)$$

$$ب) y = \sqrt{-n^2 + 4n - 5} = \sqrt{-(n-2)(n-1)} \xrightarrow{\max: n=2} \sqrt{2 \times 2} = 2$$

$$\min = 0 \rightarrow R = [0, 2]$$

$$ج) y = \sqrt{x^2 - 3x^2 + 4x + 1}$$

از آنجایی که یک چندجمله‌ای با توان بزرگ فرد است

برد برابر R و پس زیرادیکال است پس $R_y = [0, +\infty)$

$$د) y = \log(x^3 - 4x^2 + 7x + 4)$$

یک چندجمله‌ای با توان بزرگ فرد است پس برد R است ولی در اینجا فقط (هسته) استفاده می‌شود اما در این تابع باید این دامنه برد R محاسبه شود پس $R_y = \mathbb{R}$

$$الف) y = \frac{3n+1}{2n-4}$$

تابع همگرا نیست

(5)

$$بر = 1R - \left\{ \frac{c}{a} \right\} = 1R - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

$$ب) y = \sqrt{\frac{3n+1}{n-2}}$$

تابع درونی $1R - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

اما زیر را دیدیم است پس: $R_y = [0, +\infty) - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

$$ج) y = \frac{n^2+4}{\sqrt{n^2+3}} = \frac{n^2+3}{\sqrt{n^2+3}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+3}} = \sqrt{n^2+3} + \frac{1}{\sqrt{n^2+3}}$$

$$\frac{t+\frac{1}{t}}{t} \rightarrow \text{کمترین مقدار } \sqrt{3} \rightarrow \min = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \rightarrow R_y = \left[\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty \right)$$

$$د) y = n^2 + \frac{1}{n^2+4} = n^2+4 + \frac{1}{n^2+4} - 4 \xrightarrow{t+\frac{1}{t}} \min t = 4$$

$$\rightarrow \min : 4 + \frac{1}{4} - 4 = \frac{1}{4} \rightarrow R_y = \left[\frac{1}{4}, +\infty \right)$$

$$y = \frac{3n^2+4}{n^2-1} \rightarrow yn^2 - y = 3n^2+4 \quad ①$$

(6)

$$\rightarrow n^2(3-y) + (4+y) = 0 \rightarrow n = \frac{\pm \sqrt{y^2+y-12}}{2}$$

$$\rightarrow (y+4)(y-3) \geq 0 \rightarrow R_y = (-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$$

$$\textcircled{2} \begin{matrix} \min n^2 \rightarrow 0 \rightarrow -4 \\ \max n^2 \rightarrow +\infty \rightarrow 3 \end{matrix} \xrightarrow{\text{عجیب صفری شود}} R_y = (-\infty, -4] \cup [3, +\infty)$$

$$f(n) = \frac{2 \sin n + 4}{\sin n - 3}$$

(7)

$$\sin n \begin{cases} \min = 1 \rightarrow -\frac{1}{2} \\ \max = -1 \rightarrow -2 \end{cases} \xrightarrow{\text{عجیب صفری شود}} R_f = \left[-\frac{1}{2}, -2 \right]$$

$$الف) y = \left| \frac{3n-1}{4n} \right| = \left| \frac{3}{4} - \frac{1}{4n} \right| \quad \min = 0 \checkmark$$

(8)

ی بینم هر چه n به صفر نزدیک تر شود عدد بزرگ تر
می شود و محدودیتی نداریم پس $\max = +\infty$

$$R_y = [0, +\infty)$$

$$ب) \sqrt{\frac{9n-11}{-1+4n}} = \sqrt{\frac{9(n-1)}{4(n-1)}} = \frac{3}{2}$$

$$R_y = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

$$y = n|n| - \gamma n$$

(9)

$$y \begin{cases} n^2 - \gamma n & n \geq 0 \longrightarrow \text{ext} \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix} \longrightarrow R = [-1, +\infty) \\ -n^2 - \gamma n & n < 0 \longrightarrow \text{ext} \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix} \longrightarrow R = (-\infty, 1] \end{cases}$$

$$\longrightarrow R_y = (-\infty, +\infty)$$

