

$$\Rightarrow f(-x) = 2|x| + 1 + xf(x) \quad ①$$

$$\xrightarrow{-x} f(x) + xf(-x) = 2|x| + 1 \xrightarrow{①} f(x) + x(2|x| + 1 + xf(x)) = 2|x| + 1$$

$$(1+x^2)f(x) = (2|x|+1)(1-x) \Rightarrow f(x) = \frac{(2|x|+1)(1-x)}{1+x^2}$$

۱

$$\xrightarrow{x=0} f(0) + f(0) = 4 \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow f(x) = x^2 - 3x + 3$$

$$\xrightarrow{x^2} f(x^2) = x^4 - 3x^2 + 3$$

۲

$$y(x-1) = x^2 + x + 2 \Rightarrow x^2 + (1-y)x + (y+2) = 0$$

$$x = \frac{y-1 \pm \sqrt{y^2 - 4y - 4}}{2} \Rightarrow y^2 - 4y - 4 \geq 0 \Rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$$

۳

$$\text{الف)} \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{25}{1} - \frac{50}{1} + 1 = -\frac{1}{1} \Rightarrow R = [-\frac{1}{1}, +\infty)$$

$$\text{ب)} \Rightarrow 4 - (x-3)^2 \xrightarrow{\text{بشرط}} 4 \Rightarrow 0 \leq y \leq \sqrt{4} \Rightarrow R = [0, 2]$$

$$\text{ج)} \xrightarrow{x=0} f(0) = 1, f(-1) = -1, x \rightarrow +\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow +\infty \Rightarrow R = [0, +\infty)$$

$$\text{د)} x=0 \Rightarrow \log 4 \Rightarrow \text{تابع یکتا} \Rightarrow f(x) \in (0, +\infty) \Rightarrow R = \mathbb{R} \quad (\log: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R})$$

۴

$$\text{الف)} \Rightarrow x = \frac{4y+1}{2y-3} \Rightarrow 2y-3 \neq 0 \Rightarrow R = \mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\}$$

$$\text{ب)} \frac{\frac{1}{x} - 2}{1 - \frac{1}{x}} \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{1}{2}] \cup (2, +\infty), 4 + \frac{4}{x-1} \Rightarrow y \neq 4 \Rightarrow R = [0, 2) \cup (2, +\infty)$$

$$\text{ج)} x=0 \rightarrow y_{\min} \Rightarrow y = \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$$

$$\text{د)} x=0 \rightarrow y_{\min} \Rightarrow y = \frac{1}{4} \Rightarrow R = [\frac{1}{4}, +\infty)$$

۵

$$\text{اصلی} \rightarrow yx^2 - y = 3x^2 + 4 \Rightarrow x^2 = \frac{y+4}{y-3} \Rightarrow \frac{y+4}{y-3} \geq 0 \Rightarrow y < -4 \text{ یا } y > 3$$

$$\text{تذکره} \rightarrow x^2 \Rightarrow 0 \leq x^2 \Rightarrow x \rightarrow +\infty \Rightarrow y = 3 \quad \textcircled{1}$$

$$x=0 \Rightarrow y = -4 \quad \textcircled{2} \quad \xrightarrow{\textcircled{1} \text{ و } \textcircled{2}} \text{خارج مغزی شود} \rightarrow y < -4 \text{ یا } y > 3$$

$$R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$$

۶

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{\sin x = 1} \frac{y}{-1} = -3 \xrightarrow{\sin x = -1} \frac{y}{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{خارج مغزی شود} \Rightarrow R = [-3, \frac{1}{2}]$$

۷

$$\text{الف) } \frac{3x-1}{4x} = y \Rightarrow 3xy = 3x-1 \Rightarrow x = \frac{1}{3-4y} \Rightarrow y \neq \frac{3}{4}$$

$$\frac{3x-1}{4x} = \frac{3}{4} \Rightarrow 3x-1 = 3x \Rightarrow 4x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{4} \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$$

$$\text{ب) } \sqrt{\frac{9(x-1)}{4(x-1)}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} \Rightarrow R_f = \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

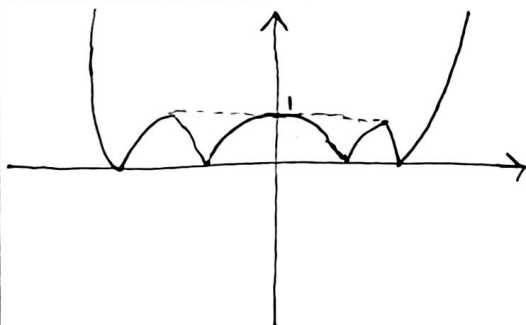
۸

$$x \geq 0 \Rightarrow y = x^2 - 2x \Rightarrow R = [-1, +\infty) \quad \textcircled{1}$$

$$x < 0 \Rightarrow y = -x^2 - 2x \Rightarrow R = (-\infty, 1] \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \cup \textcircled{2} \rightarrow R_f = \mathbb{R}$$

۹



ابتدا جهت چپ نمودار حذف و سمت راست نسبت به محور y ها
قرینیتی نشود. سپس یک واحد نمودار بالایی آید و در نهایت y های منفی
نسبت به محور y ها قرینیتی شوند.

۱۰