

$x = -x \rightarrow f(x) + x f(-x) = 2 x + 1$ $x = x \rightarrow (f(-x) - x f(x) = 2 x + 1) f(-x)$ $-x f(-x) + x^2 f(x) = 2x x + x$ $\Rightarrow (x^2 + 1) f(x) = 2 x + 1 + 2x x + x$ $\rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 + 1} & x \geq 0 \\ \frac{-2x^2 + 3x + 1}{x^2 + 1} & x < 0 \end{cases}$ صفحه آخر	(۱) ۱
$x = 0 \rightarrow 2 f(0) = 1 \rightarrow f(0) = \frac{1}{2}$ $x = x^2 \rightarrow f(x^2) + \frac{1}{2} = x^4 - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} \rightarrow f(x^2) = x^4 - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} = (x^2 - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$	(۲) ۲
$x^2 + x + 2 \rightarrow yx - y = x^2 + x + 2 \rightarrow x^2 + (1-y)x + 2 + y = 0 \xrightarrow{\Delta} \frac{-(1-y) \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(2+y)}}{2}$ $\rightarrow (1-y)^2 - 4(2+y) \geq 0 \rightarrow 1 - 2y + y^2 - 8 - 4y = y^2 - 6y - 7 \geq 0$ $(y-7)(y+1) \geq 0$ $\frac{-1}{+\phi} - \frac{7}{-\phi} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - (-1, 7)$	(۲) ۳
الف) $a > 0 \rightarrow \min$ $\frac{-b}{ca} = \frac{\Delta}{c^2} \quad \frac{-\Delta}{ca} = \frac{-2a+1}{a} = \frac{-14}{a}$ برای $a > 0$ $R_f = [-\frac{14}{a}, +\infty)$ ب) $a < 0$ $R_f = \sqrt{(-\infty, 4]} = [0, 4]$ ج) $a > 0 \rightarrow R = \mathbb{R}$ $R_f = \sqrt{12} = [0, +\infty)$ د) $a < 0 \rightarrow R = \mathbb{R}$ $\log(-\infty, +\infty) \rightarrow \mathbb{R} = R_f$	(۲) ۴
الف) $R_f = \mathbb{R} - \{\frac{14}{2}\}$ ب) $R_f = \sqrt{\mathbb{R} - \{4\}} = [0, +\infty) - \{4\}$ ج) $\sqrt{x^2 + 3} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} \xrightarrow{\sqrt{x^2 + 3} = a > 0} R_f = [t, +\infty)$ $\rightarrow t = a + \frac{1}{a}$ $a > 0$ $x^2 = 0 \rightarrow \sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3+1}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$ د) $x^2 + 4 + \frac{1}{x^2 + 4} \xrightarrow{x^2 + 4 = a > 0} R_f = [\frac{5}{2}, +\infty)$ $\rightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$ $a > 0$ $x^2 = 0$ کمترین مقدار $= 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$	(۲) ۵

روش اول $\rightarrow yx^2 - y = x^2 + 4$
 $\rightarrow (x^2 - y)x^2 + 4 + y = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{-x^2(x-y)(4+y)}}{x^2(x-y)} \geq 0$
 $x^2 - y \neq 0 \rightarrow \frac{-x^2}{x^2 - y} \rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{x^2\}$

۲
۶

روش دوم $\rightarrow \frac{x^2x^2 + 4}{x^2 - 1}$
 $\left\{ \begin{array}{l} x^2 = +\infty \rightarrow \frac{x^2}{\infty} = 0 \text{ باز} \\ x^2 = 0 \rightarrow -\frac{4}{-1} = 4 \text{ بسته} \end{array} \right\} R_f = (-\infty, -4] \cup (x^2, +\infty) = \mathbb{R} - (4, x^2)$
 بین دوری

روش دوم

$\frac{x \sin x + 4}{\sin x - 3}$
 $\left\{ \begin{array}{l} \sin x = 1 \rightarrow \frac{4}{-2} = -2 \\ \sin x = -1 \rightarrow \frac{4}{-4} = -1 \end{array} \right\} R_f = [-2, -1]$
 $\sin x \neq 3$
 $-1 \leq \sin x \leq 1$
 داخل محدوده

۲
۷

الف) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{x}{x} \right\}$

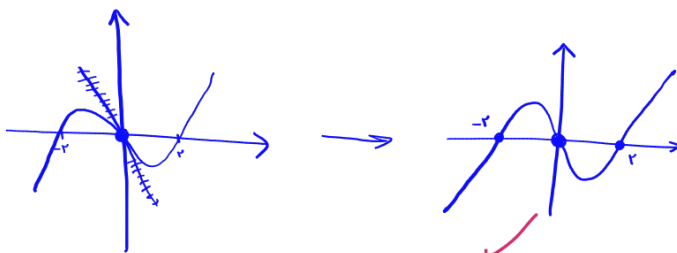
ب) $y = \sqrt{\frac{9(x-1)}{x(x-1)}} = \frac{3}{x} \rightarrow R_f = \left\{ \frac{x}{x} \right\}$

$y = \left| \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \right| \rightarrow R_f = \left| \mathbb{R} - \left\{ \frac{x}{x} \right\} \right| = [0, +\infty) - \left\{ \frac{x}{x} \right\}$

$\left\{ \begin{array}{l} +\infty \rightarrow \frac{x^2}{x^2} = 1 \text{ باز} \\ -\infty \rightarrow \frac{-x^2}{-x^2} = 1 \text{ باز} \end{array} \right\} R_f = \left| \mathbb{R} - \left\{ \frac{x}{x} \right\} \right| = [0, +\infty) - \left\{ \frac{x}{x} \right\}$

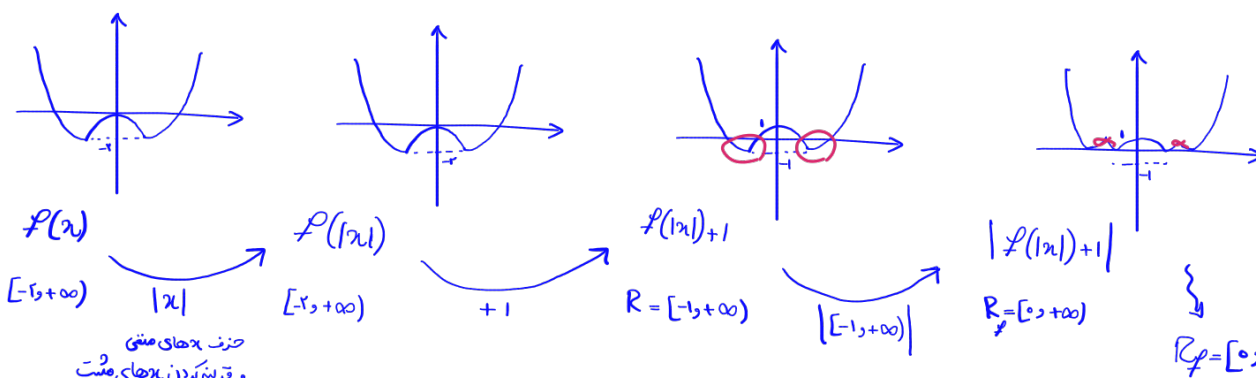
۱, ۲, ۵
۸

$y = \begin{cases} x^2 - 2x = x(x-2), & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x^2 - 2x = -x(x+2), & x < 0 \end{cases}$



$\rightarrow R_f = \mathbb{R}$

۲
۹



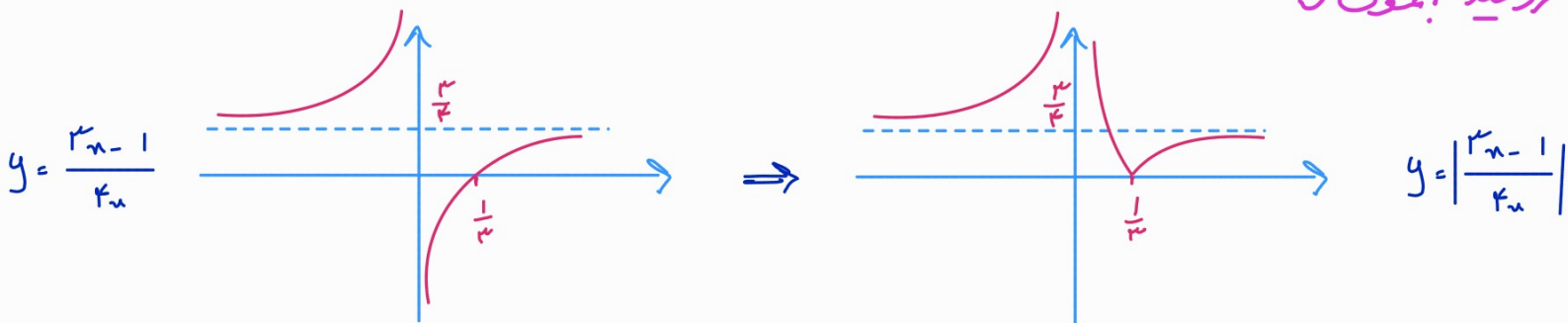
۱, ۷, ۸
۱۰

۱- جای n ، $-n$ قرار می دهیم و یک دستگاه می سازیم:

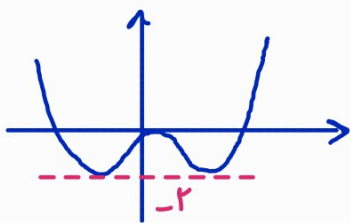
$$\begin{aligned} f(-n) - n f(n) &= 2|n| + 1 \xrightarrow{\times n} \begin{cases} n f(-n) - n^2 f(n) = 2n|n| + n & \text{(I)} \\ f(n) + n f(-n) = 2|n| + 1 & \text{(II)} \end{cases} \\ f(n) + n f(-n) &= 2|n| + 1 \end{aligned}$$

$$\underline{\text{II} - \text{I}} \rightarrow (1 + n^2) f(n) = 2(1 - n)|n| + 1 - n \Rightarrow f(n) = \frac{(1 - n)(2|n| + 1)}{1 + n^2}$$

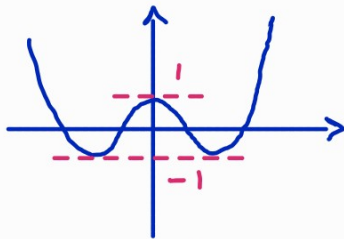
۸- اول برد عبارت داخل قدر مطلق
رو حساب می کنیم بعد قدر مطلق می گیریم
فقط حواسه باشه که $y = \frac{3}{4}$ هم هست داخل برد
 $y = -\frac{3}{4}$ عضو برد عبارت داخل قدر مطلق هست و وقتی قدر مطلق بگیریم $y = \frac{3}{4}$
رو صید می یابیم



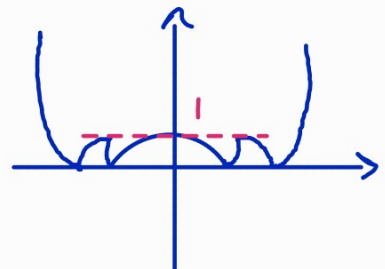
۱۵-



$$y = f(1-n)$$



$$y = f(n) + 1$$



$$y = |f(n) + 1|$$