

1) $y^2 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y^2 = 2x^2 + 2x - 1$

از تعریف رابطه استقامتی کنیم: (یعنی اگر x_1 و x_2 برابر باشند از آنجا باید y_1 و y_2 نیز برابر باشند)
 در نتیجه عبارت درجه دوم تابع است (✓)
 $x_1 = x_2 \Rightarrow y_1^2 = y_2^2 \rightarrow y_1 = y_2$ ✓

ب) $x \in \mathbb{Q} \Rightarrow (\mathbb{Q}) \cap y = y \cap \mathbb{Q} \Rightarrow \mathbb{Q} \cap (\mathbb{Q}) = \mathbb{Q} \Rightarrow \mathbb{Q} \cap (\mathbb{Q}) = \mathbb{Q} \Rightarrow \mathbb{Q} \cap (\mathbb{Q}) = \mathbb{Q}$
 در نتیجه y و x توانسته $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$ باشد پس چون در ازاای یک فرد و در یک فرد از یک فردی در نتیجه از هر دو مثال
 نقض در می یابیم عبارت معادل تابع نیست (x)

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \rightarrow x+y = 2\sqrt{xy} \rightarrow x^2 + 4xy + y^2 = 4xy \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 0$
 $\Rightarrow (x-y)^2 = 0 \rightarrow x=y$ ✓
 در نتیجه این تابع در ازاای x هر دو را خارج می کند پس عبارت فوق تابع است (✓)

د) $xy^2 + 2x - y^2 - 2y = 0 \Rightarrow x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \Rightarrow (y^2 + 2)(x-y) = 0$
 چون بر افتاد اول عبارت مثبت است پس $y^2 + 2$ می باشد و این عبارت در ازاای x هر دو را خارج می کند
 در نتیجه تابع است (✓)

2) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x| \geq 2 \\ a + 2x & -2 < x < 1 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x \geq 2 \\ 2x + a & -2 < x < 1 \\ 2x^2 - b & x < -1 \end{cases}$ ✓

از آنجمله غیبی از جواب ها داریم رابطه ی بین متغیرها را در ازاای x برابر می گیریم و رابطه ی بین متغیرها را
 $x = -1 \rightarrow a - 2 = 2(-1)^2 - b \rightarrow a - 2 = 2 - b \rightarrow a + b = 4$ ✓

3) $f(x) = \sqrt{-x^2 - bx + a} \Rightarrow -x^2 - bx + a \geq 0 \rightarrow x \in [b, a]$ ✓
 در حقیقت a و b در همان عبارت درجه دوم زیر را یکسان هستند
 $S = a + b = -b \Rightarrow a = -2b$ ✓
 $P = a \cdot b = -a \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 2$ ✓
 $\Rightarrow 2 - 1 = 1$ ✓

4) چون عبارت زیر را می توانیم درجه دوم است پس باید در حین تعیین علامت جواب ها این را به صورت (x_1, x_2) بنویسیم
 $a = 0$ ✓
 پس عبارت زیر را می توانیم یک عبارت خطی است و از هر دو طرف را به هم می یابیم و در نتیجه b منفی است
 $b \cdot x + c \quad x = 2 \rightarrow 2b + c = 0 \rightarrow c = -2b$ ✓
 Parsian $3a + c - 3|b| \rightarrow 3(0) - 2b - 3(-b) = b$ ✓

1 / 1

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{|x| - [x]}}$

$\Rightarrow |x| - [x] \neq 0$

$\left. \begin{array}{l} x \in \mathbb{Z} ; x \neq 0 \\ x \in \mathbb{Z} ; x \neq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 ; x \notin \mathbb{Z} \end{array}$

$\left. \begin{array}{l} x = 0 \\ -x - [x] ; x < 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0 \\ -x ; x \in \mathbb{Z} \\ p(x) ; x \notin \mathbb{Z} (p(x) \neq 0) \end{array}$

$D_f = \mathbb{R} - [\mathbb{Z}^+ \cup \{0\}]$ درستی را مشخص می کند

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \rightarrow$ I) $y \geq 0$, II) $x \geq 0$

$\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{y} \leq 9 \Rightarrow y \leq 81$ (درستی را مشخص می کند)

$\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \Rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 9 \Rightarrow x \leq 81$ (درستی را مشخص می کند)

$\Rightarrow D_f = [0, 81]$ (درستی را مشخص می کند)

ج) $f(x) = \sqrt{\log \frac{x-1}{x}}$

I) $x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$ II) $x \geq 0$, $x \neq 1$ (درستی را مشخص می کند)

III) $\log \frac{x-1}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{x-1}{x} \geq 1 \Rightarrow x-1 \geq x \Rightarrow -1 \geq 0$ (درستی را مشخص می کند)

$\Rightarrow D_f = (\frac{1}{x}, \frac{1}{x}] \cup (1, +\infty)$ (درستی را مشخص می کند)

د) $f(x) = \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|}$ (درستی را مشخص می کند)

$\Rightarrow 4 + \sqrt{|x|} - |x| > 0$

$\Rightarrow 4 + \sqrt{|x|} > |x| \Rightarrow 4 + \sqrt{|x|} > x \Rightarrow 4 + \sqrt{|x|} > -x \Rightarrow 4 + \sqrt{|x|} > -x$

I) $4 + \sqrt{|x|} > x \Rightarrow \sqrt{|x|} > x - 4 \Rightarrow x > x^2 - 12x + 16 \Rightarrow x^2 - 13x + 16 < 0$

$\frac{f}{+} - \frac{9}{-} = \frac{9}{-} \Rightarrow x \in (f, 9) / x < -x^2 + 12x - 16 \Rightarrow x^2 + 13x + 16 < 0 \Rightarrow x \in \emptyset$

II) $x > -4 - \sqrt{|x|} \Rightarrow \sqrt{|x|} > -4 - x \Rightarrow |x| > x^2 + 12x + 16$ (درستی را مشخص می کند)

$\Rightarrow x > x^2 + 12x + 16 \Rightarrow x^2 + 11x + 16 < 0 \Rightarrow \frac{\Delta f}{a} = x \in \emptyset$ (درستی را مشخص می کند)

$\Rightarrow x < -x^2 - 12x - 16 \Rightarrow x^2 + 13x + 16 < 0 \Rightarrow \frac{-9 - f}{+} - \frac{f}{-} \Rightarrow x \in (-9, -4)$ (درستی را مشخص می کند)

$\Rightarrow I \cup II \Rightarrow D_f = (-9, -4) \cup (f, 9)$ (درستی را مشخص می کند)

و سمت نابرابریه داشته باشه $a \geq 3, a+3 \leq 0$

ملاحظه کنید

$$\sqrt{\frac{x^2+2}{x+b}} + a = \sqrt{\frac{x^2+2+ax+ab}{x+b}} \Rightarrow \frac{x(a+3) + (ab+2)}{x+b} \geq 0$$

از آنجمله دامنه این تابع دارای ترکیب بازه است و چون در صورتی مانتو ساده‌ای عبارت درجه دوم داریم
 و همچنین چون $a \geq 3$ و $a+3 \leq 0$ برای هر x عدد $\frac{x(a+3) + (ab+2)}{x+b}$ را به صورت $\frac{a+3}{1}$ می‌نویسیم
 $x+b \quad x=2, 2+b=-2 \Rightarrow b=-4$ ✓

$$f(x) = \begin{cases} x-1; [x] > 4 \\ x+3; [x] \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-1; x > 5 \\ x+3; x \leq 5 \end{cases}$$

$$f(x) - x + 1 \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq x - 1 \Rightarrow \begin{cases} x-1 \geq x-1; x > 5 \Rightarrow x \geq 2 \\ x+3 \geq x-1; x \leq 5 \Rightarrow x \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{I} \cup \text{II} = D_f = [-\frac{2}{3}, +\infty)$$

$$y = \frac{x^3(x^2+1)(x^2+x+1)}{(x^2+x+1)^2} = \frac{x^3(x+1)^2}{(x+1)^2} \quad x \neq -\frac{1}{x} \rightarrow \frac{x^3}{(x+1)} = y \Rightarrow D = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{x}\}$$

$$y = \sqrt{1 - \log(x-a)} \Rightarrow \text{I) } x-a > 0 \Rightarrow x > a$$

$$\text{II) } 1 - \log(x-a) \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \log(x-a) \Rightarrow 10 \geq x-a \Rightarrow x \leq a+10$$

ملاحظه کردیم که برای $x > a$ داریم:

$$\Rightarrow D_f = (\frac{a}{x}, \frac{a+10}{x}] \Rightarrow c-b = \frac{a+10}{x} - \frac{a}{x} = \frac{10}{x}$$