نام و نام خانوادگی ......عرفان عبداللهی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...یک... کلاس ......دوازدهم ریاضی A......

۹/۷۵

۱ ۲

الف) $y^3 = 2x^2+2x-1 \rightarrow y=\sqrt[3]{2x^2+2x-1}$ عبارت زیر رادیکال تابع است پس به ازای هر ورودی یک خروجی دارد، و هر عدد تنها یک ریشه سوم دارد پس به ازای هر x ورودی عبارت کلی یک خروجی دارد و تابع است.

ب) $x=\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}\cos y = y(0) \rightarrow \frac{\pi}{2}\cos y=0 \rightarrow y=k\pi+\frac{\pi}{2}$ تابع نیست.

ج) $\frac{x+y}{2}=\sqrt{xy} \rightarrow x+y=2\sqrt{xy} \rightarrow x^2+y^2+2xy=4xy \rightarrow x^2+y^2-2xy=0 \rightarrow (x-y)^2=0 \rightarrow y=x$ تابع است.

د) $xy^2+2x-y^3-2y=0 \rightarrow x(y^2+2)-y(y^2+2)=0 \rightarrow (x-y)\overbrace{(y^2+2)}^{\text{همواره مثبت و غیر صفر}}=0$ تابع است.

$\neq 0 \rightarrow x=y$

۲ ۲

$$f(x)\begin{cases} 2x^2-b\ ; & |x-1|\geq 2 \\ a+2x\ ; & -3\leq x\leq -1 \end{cases} \rightarrow 3\leq x \text{ یا } x\leq -1$$

$f(-1)=2-b=a-2 \longrightarrow b+a=4$

۳ ۲

$f(x)=\sqrt{-x^2-bx+a}$, $D_f=[b,a]$

$\begin{array}{ccccc} & b & & a & \\ - & | & + & | & - \end{array} \rightarrow b<a$

اگر a صفر نباشد حتماً "$a+b-1=0$" برقرار است.

$-a^2-ab+a=0 \longrightarrow a(-a-b+1)=0 \longrightarrow a(a+b-1)=0 \longrightarrow a+b-1=0$ ، $a+b=1$

$-b^2-b^2+a=0 \longrightarrow -2b^2+a=0$

$a+b-1=0$ ، $-2b^2+a=0 \longrightarrow -2b^2+a=a+b-1 \longrightarrow -2b^2-b+1=0 \quad b=-1,\frac{1}{2}$

$b=-1$ و $a=2$ قق

$b=\frac{1}{2}$ ، $a=\frac{1}{2}$ غقق

← a بزرگتر از b و غیرصفر است ← $\boxed{a+b=1}$

۴ ۲

$y=\frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$, $D_f=(-\infty,2)$

↳ براساس دامنه تابع خطی است، $a=0$ ، $x=2$ ریشه مخرج است

$\rightarrow y=\frac{2}{\sqrt{bx+c}} \longrightarrow 2b+c=0 \rightarrow c=-2b$

با توجه به دامنه، به ازای مقادیر کمتر از ۲ عبارت مثبت است پس شیب خط (b) منفی است.

$3a+c-3|b| = 3(0)+(-2b)-3(-b)=b$

۵ ۲

الف) $|x|-[x]\neq 0 \longrightarrow |x|-[x]=0 \rightarrow |x|=[x] \rightarrow x\in Z^+\cup\{0\}$

x به ازای اعداد صحیح نامنفی در این معادله صدق می‌کند.

$D_f=\mathbb{R}-(Z^+\cup\{0\})$

ب) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \rightarrow x\geq 0 \quad (I)$

$\sqrt{y}=9-\sqrt{x} \rightarrow 9-\sqrt{x}\geq 0 \rightarrow 9\geq\sqrt{x} \rightarrow x\leq 81 \quad (II)$

$\rightarrow D_f=(I)\cap(II)=[0,81]$

الف) $۳x-۱>۰ \longrightarrow x>\frac{۱}{۳}$ (I)

۰/۷۵ $x>۰ \,,\, x\neq ۱$ (II)

$\log_x^{۳x-۱} \geq ۰ \longrightarrow ۳x-۱\geq ۱ \longrightarrow x\geq +\frac{۲}{۳}$ (III)

$\longrightarrow D_f=(I)\cap(II)\cap(III)=[\frac{۲}{۳},+\infty)-\{۱\}$

if $۰<x<۱ \longrightarrow \log_x^{۳x-۱}\geq ۰ \longrightarrow ۳x-۱\leq ۱$ $x\leq\frac{۲}{۳}$ $\cap\; x>\frac{۱}{۳}$

$D_f=(\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}]\cup(۱,+\infty)$

۶

۲/۷۵

① ب) $\frac{۱}{۶+\sqrt{|x|}-|x|}>۰ \longrightarrow \sqrt{|x|}=t \quad \frac{۱}{-t^۲+t+۶}>۰$

$$\begin{array}{ccccc} & -۲ & & +۳ & \\ \hline - & ن & + & ن & - \end{array}$$

$-۲<\sqrt{|x|}<۳ \longrightarrow ۰<\sqrt{|x|}<۳ \quad ۰<|x|<۹ \quad -۹<x<+۹ \longrightarrow D_f=(-۹,+۹)$

$y=\sqrt{\frac{۳x+۲}{x+b}+a}=\sqrt{\frac{(۳+a)x+۲+ab}{x+b}} \longrightarrow \frac{(۳+a)x+۲+ab}{x+b}\geq ۰$

$D_f=(۲,+\infty)$ → ۲ ریشه مخرج، نیز ریشه عبارت است → $b=-۲$

$۳+a=۰ \longrightarrow a=-۳$

$y=\sqrt{\frac{۸}{x-۲}}$ $\boxed{b=-۲}$

۷

۲

$f(x)\begin{cases} ۲x-۱ \;;\; [x]>۴ \longrightarrow ۴<[x] \longrightarrow ۵\leq x \\ ۴x+۳ \;;\; [x]\leq ۴ \longrightarrow ۴\geq[x] \longrightarrow ۵>x \end{cases}$

$y=\sqrt{f(x)-x+۱} \longrightarrow f(x)-x+۱\geq ۰$

$۵\leq x \xrightarrow{(I)} ۲x-۱-x+۱\geq ۰ \longrightarrow x\geq ۰ \;(II) \longrightarrow (I)\cap(II)=[۵,+\infty)$

$x<۵ \xrightarrow{(III)} -x+۱+۴x+۳\geq ۰ \longrightarrow -\frac{۴}{۳}\leq x \;(IV) \longrightarrow (III)\cap(IV)=(-\frac{۴}{۳},۵)$

$D_f=(-\frac{۴}{۳},۵)\cup[۵,+\infty)=(-\frac{۴}{۳},+\infty)$ → $D_f=[\frac{-۴}{۳},+\infty)$

۸

۲

$\frac{۲۴x^۳+۳۶x^۲+۱۸x+۳}{(۴x^۲+۴x+۱)^۲}=\frac{۳(۸x^۳+۱۲x^۲+۶x+۱)}{(۴x^۲+۴x+۱)^۲}=\frac{۳(۲x+۱)^۳}{((۲x+۱)^۲)^۲}$

$\frac{۳(۲x+۱)^۳}{(۲x+۱)^۴}=\frac{۳\cancel{(۲x+۱)^۳}}{\cancel{(۲x+۱)^۳}(۲x+۱)} \xrightarrow{x=-\frac{۱}{۲}\notin D_f} \frac{۳}{۲x+۱}$

$D_f=\mathbb{R}-\{-\frac{۱}{۲}\}$

۹

۲

$۲x-a>۰ \longrightarrow x>\frac{a}{۲}$ (I)

$۱-\log(۲x-a)\geq ۰ \longrightarrow ۱\geq\log(۲x-a) \longrightarrow ۱۰\geq ۲x-a \longrightarrow x\leq\frac{۱۰+a}{۲}$ (II)

$D_f=(I)\cap(II) \longrightarrow D_f=(\frac{a}{۲},\frac{۱۰+a}{۲}]=(b,c] \longrightarrow b=\frac{a}{۲}$, $c=\frac{۱۰+a}{۲}$

$c-b=\frac{۱۰+a}{۲}-\frac{a}{۲}=\frac{۱۰}{۲}=۵$

۱۰

۲