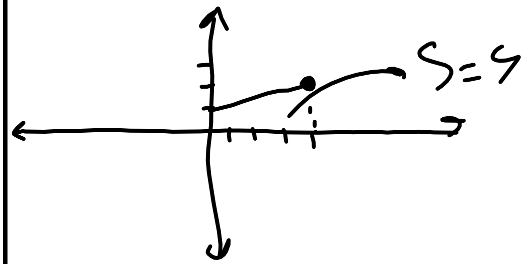
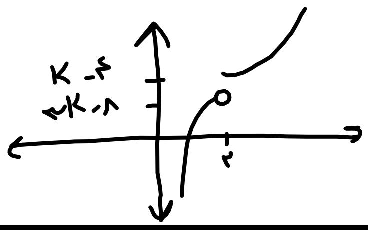
نام و نام خانوادگی .یوسف عربیان....... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱	$f(x)=\frac{۳x-۱}{۲}$ $f^{-1}(x)=\frac{۲x+۱}{۳}$ $\begin{cases} f^{-1}(۰)=\frac{۱}{۳} \\ f^{-1}(x)=۰ \Rightarrow x=-\frac{۱}{۲} \end{cases}$ $\Rightarrow S=\frac{\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}}{۲}=\frac{۱}{۱۲}$
۲	الف) $y=(x-۱)^۲+۲$ $x=۱+\sqrt{y-۲}$ $\xrightarrow{\text{وارون}} y=۱+\sqrt{x-۲}$ $D_{f^{-1}}\in[۲,+\infty)$ ب) وارون $\Rightarrow y=۱+\sqrt{x-۲}$ $R_f=D_{f^{-1}}$ $R_f=[۰,+\infty) \Rightarrow D_{f^{-1}}=[۰,+\infty)$
۳	$f(x)=۲x-۲\lvert x-۲\rvert \xrightarrow{x\leq ۲} y=۴x-۴$ وارون پذیر $\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{۱}{۴}x+۱$ $x\leq ۴$  $S=۶$
۴	$\frac{x_۱}{\sqrt{x_۱^۲-۵}}=\frac{x_۲}{\sqrt{x_۲^۲-۵}}$ $y=\frac{x}{\sqrt{x^۲-۵}} \Rightarrow y^۲=\frac{x^۲}{x^۲-۵} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{۵y^۲}{y^۲-۱}}$ $\xrightarrow{\text{تابع فرد}} x=\sqrt{\frac{۵y^۲}{y^۲-۱}} \xrightarrow{\text{وارون}} y=\sqrt{\frac{۵x^۲}{x^۲-۱}}$ $\Rightarrow \frac{x_۱^۲}{x_۱^۲-۵}=\frac{x_۲^۲}{x_۲^۲-۵} \Rightarrow x_۱^۲x_۲^۲-۵x_۱^۲=x_۲^۲x_۱^۲-۵x_۲^۲$ $\Rightarrow x_۱^۲=x_۲^۲ \Rightarrow x_۱=\pm x_۲$ ولی از آنجایی که تابع فرد است $x_۱=-x_۲$ غ ق ق $x_۱=x_۲$ ✓ یک به یک
۵	$g(x)=\begin{cases} x^۲-۴x+K=(x-۲)^۲+K-۴ & x\geq ۲ \\ -x^۲+۶x+۳K=-(x-۳)^۲+۳K+۹ & x<۲ \end{cases}$ $K-۴\geq ۳K-۸ \Rightarrow ۴\geq ۲K \Rightarrow ۲\geq K$ 

۶	$f(x)=\begin{cases}۴x & x\geq ۰\\ ۲x & x<۰\end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x)=\begin{cases}\frac{۱}{۴}x & x\geq ۰\\ \frac{۱}{۲}x & x<۰\end{cases}$ $\Rightarrow a+b=\frac{۱}{۴} \Rightarrow a=\frac{۳}{۸}$ $a-b=\frac{۱}{۲} \qquad b=-\frac{۱}{۸}$
۷	$f(۲)=-۱۰ \Rightarrow \frac{۳\times ۲+۴}{x+m}=-۱۰ \Rightarrow m=-۳ \Rightarrow f(x)=\frac{۳x+۴}{x-۳}$ $\Rightarrow f=f^{-1}$ $x=f\circ f^{-1}(x)+f^{-1}(x)$ $x=x+f(x) \Rightarrow f(x)=۰ \Rightarrow \frac{۳x+۴}{x-۳}=۰ \Rightarrow x=-\frac{۴}{۳}$
۸	
۹	$y=\frac{۵x-۳}{۱-x} \xrightarrow[\text{مبدا مختصات}]{\text{قرینه}} y=\frac{۵x+۱۳}{۱+x} \xrightarrow{\text{انتقال}} y=\frac{۲x+۶}{x-۱}$ $f^{-1}(x)=\frac{-x-۶}{x-۳}$ $f^{-1}(x)=f(x) \Rightarrow \frac{۳x+۶}{x-۱}=\frac{-x-۶}{x-۲} \Rightarrow ۳x^{۲}+۷x-۱۸ \Rightarrow \underset{\text{نقاط}}{\text{مجموع طول}}=-\frac{۷}{۳}$
۱۰	$y=x+۴[x]$ $[y]=[x+۴[x]]$ $[y]=۵[x]$ $[y]=۵\frac{(y-x)}{۴}$ $\xrightarrow{\text{وارون}} [x]=\frac{۵(x-y)}{۴}$ $[x]=\frac{۵}{۴}x-\frac{۵}{۴}y$ $\frac{۵}{۴}y=\frac{۵}{۴}x-[x]$ $g(x)=y=x-\frac{۴}{۵}[x]$ $\Rightarrow f-g(x)$ $=x+۴[x]-x+\frac{۴}{۵}[x]$ $=\frac{۲۴}{۵}[x]$