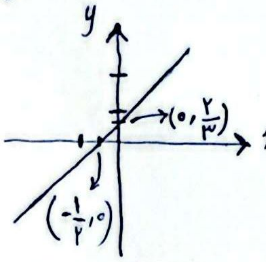
نام و نام خانوادگی: آرش سلطانی .... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۰ .... کلاس دوازدهم پسر A ....

۱

$2y = 3x - 1 \longrightarrow \frac{2y+1}{3} = x \longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$



با توجه به ضابطهٔ وارون و نمودار رسم شده

$S = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{6}$

۲

الف) $x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1 \rightarrow y_s = 2 \rightarrow S(1,2)$

ب) با توجه به توضیحات (الف) یک به یک است

دامنه از ext به بعد در نظر گرفته شده پس یک به یک است

$D_f = [1,+\infty) \quad R_f = [2,+\infty) \rightarrow f(x) = (x-1)^2 + 2$

نمی‌تواند رادیکال منفی باشد

چون هم تابع و وارونش صعودی اکیدند

$\rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$

$\cancel{-\sqrt{x-2}} \quad \hookrightarrow D_{f^{-1}} = R_f = [2,+\infty)$

$D_{f^{-1}} = R_f = [6,+\infty)$

$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$

$\rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$

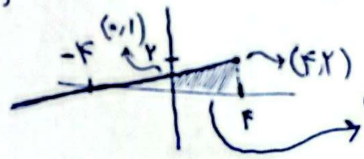
$\cancel{-\sqrt{x-2}}$

۳

$2x - \sqrt{16 - 4x(4-x)} = 2x - 2\sqrt{4 - 4x + x^2} = 2x - 2|x-2| \begin{cases} 4 & x \geq 2 \\ 4x - 4 & x < 2 \end{cases}$

$f(x) = 4x - 4 \ , \ x \in (-\infty, 2] = D_f \rightarrow R_f = (-\infty, 4]$

$\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 1 \ , \ x \in (-\infty, 4]$



$S = \frac{(1+2) \times 4}{2} = 6$

۴

★ از آنجایی که مخرج همواره ⊕ پس x و y هم علامتند

$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \xrightarrow{\text{به توان } 2} \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5}$

$\rightarrow x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 5x_2^2 \rightarrow x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2 \ \times \rightarrow$ تابع یک به یک است

$\rightarrow f(x) = y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}} \xrightarrow{\text{به توان } 2} y^2 = \frac{x^2}{x^2 - 5} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{5y^2}{y^2 - 1}} \xrightarrow[\text{نیازی به منفی نیست}]{★} f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{5x^2}{x^2 - 1}}$

۵

$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \geq 2 \rightarrow x_{min} = 2 \rightarrow y_{min} = k - 4 \rightarrow R = [k-4, +\infty) \\ -x^2 + 6x + 3k & x < 2 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 3k + 8 \rightarrow R = (-\infty, 3k+8) \end{cases}$

$\Longrightarrow 3k + 8 \leq k - 4 \rightarrow 2k \leq -12 \rightarrow k \leq -6 \rightarrow k \in (-\infty, -6]$

$$f(x)=\begin{cases}4x & x\geq 0 ,\ R=[0,+\infty)\\ 2x & x\leq 0 ,\ R=(-\infty,0]\end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x)=g(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x & x\geq 0\\ \frac{1}{2}x & x\leq 0\end{cases}$$ ۶

$$\Rightarrow g(x)=\boxed{\frac{3}{8}}x-\frac{1}{4}|x|=\boxed{a}x+b|x| \Rightarrow ab=\left(\frac{3}{8}\right).\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{32}$$

$$f(x)=\frac{3x+4}{x+m}\xrightarrow{(2,-10)}\frac{10}{2+m}=-10\to m=-3\to f(x)=\frac{3x+4}{x-3}$$ $\Rightarrow$ چون $a+d=0$ پس تابع و وارونش ضابطه‌ای یکسان دارند

$$y=f\circ f^{-1}(x)+f^{-1}(x)=x+\frac{3x+4}{x-3}\Rightarrow \cancel{x}+\frac{3x+4}{x-3}=\cancel{x}$$ ۷

$$\to \frac{3x+4}{x-3}=0\to 3x+4=0\to x=-\frac{4}{3}$$

$$\to g\left(\frac{x}{2}\right)=t\to f(3-2x)=2-t\xrightarrow{f^{-1}}3-2x=f^{-1}(2-t)\to\frac{x}{2}=\frac{3-f^{-1}(2-t)}{4}$$

$$=g^{-1}(t)\to 4g^{-1}(t)=3-f^{-1}(2-t)\xrightarrow{t=4}4g^{-1}(4)=3-f^{-1}(-2)$$ ۸

$$4g^{-1}(4)+f^{-1}(-2)=3-f^{-1}(-2)+f^{-1}(2)=3$$

$$y=\frac{5x-13}{1-x}\xrightarrow[\text{به مبدا}]{\text{قرینه نسبت}}-y=\frac{-5x-13}{x+1}=\frac{5x+13}{x+1}\xrightarrow[\text{راست}]{\text{۲ واحد}}=\frac{5(x-2)+13}{x-1}=\frac{5x+3}{x-1}\ \frac{\text{۳ واحد}}{\text{پایین}}$$

$$\to\frac{5x-3}{x-1}-3=\frac{2x}{x-1}=f\to f^{-1}(x)=\frac{x}{x-2}\Rightarrow\frac{2x}{x-1}=\frac{x}{x-2}\ -$$ ۹

$$\to x^2-x=2x^2-4x\to x^2-3x=0\to S=-\frac{b}{a}=-\frac{-3}{1}=3$$

$$\to y=x+4[x]\to[y]=[x+4[x]]=5[x]\to[x]=\frac{[y]}{5}\Leftarrow f^{-1}(x)=g(x)$$

$$\hookrightarrow y=x+4\left(\frac{[y]}{5}\right)\to x=y-0.8[y]\to f^{-1}(x)=x-0.8[x]$$ ۱۰

$$(f-g)(x)=x+4[x]-x+0.8[x]=4.8[x]$$