

۱) در این مسئله این فاکتور در واقع ضلع ۲ی به طول عرض از مبدأ و طول از مبدأ دارد بنظر می آید.

۲) $y = \frac{x-1}{x} \rightarrow x=0 \rightarrow y = -\frac{1}{x} \rightarrow y=0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow S \text{ فاکتور} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$ ✓

۳) $xy = \frac{x}{x} = 1 \rightarrow y = 1 \rightarrow Df = Rf^{-1} = [1, +\infty)$ و $Rf = Df^{-1} = [2, +\infty)$

۲) $y = x^2 - 2x + 3 \rightarrow y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow \sqrt{y-2} = x-1 \rightarrow \sqrt{y-2} + 1 = x$

$\rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1 = y \quad (x \in [2, +\infty))$ ✓

نکته: در این تابع در هر دو بخش شمال و جنوب محور افقی یک مقدار از رأس می آید پس باید یک بیانه داشت
این تابع نیز یک یک است ولی با دقت مشاهده شود.

$xs = 1 \rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow Rf = Df^{-1} = [4, +\infty)$

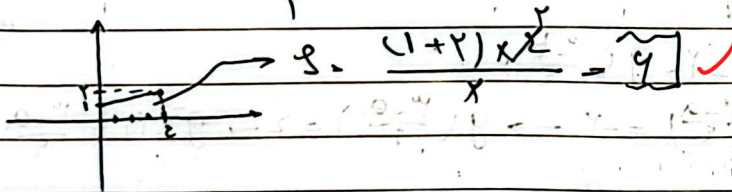
$\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-4} + 1 = y \quad (x \in [4, +\infty))$ ✓

۳) $f(x) = 2x - \sqrt{14 + 4x^2 - 12x} = 2x - \sqrt{(2x-3)^2} = 2x - |2x-3|$

$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 2x + 3 = 3 & ; x < 1.5 \\ 2x + 2x - 3 = 4x - 3 & ; x > 1.5 \end{cases}$

$x < 2 \rightarrow 2x < 4 \rightarrow 2x - 4 < \epsilon \Rightarrow Rf = (-\infty, 4]$

$y = 2x - 2 \Rightarrow \frac{y+2}{2} = x \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+2}{2} = \frac{x}{2} + 1$



۴) از تابع در هر دو بخش شمال و جنوب محور افقی یک مقدار از رأس می آید پس باید یک بیانه داشت

$\frac{1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{1}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5} \rightarrow x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 5x_2^2 \rightarrow x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = x_2$

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5} \rightarrow x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 5x_2^2 \rightarrow x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = x_2$

✓ (نکته: x_1 و x_2 هم علامت دارند و از این رو می توانیم بنویسیم $x_1 = x_2$ است)

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \rightarrow y^2 = \frac{x^2}{x^2-5} \rightarrow x^2 y^2 - 5y^2 = x^2 \rightarrow x^2 y^2 - x^2 = 5y^2$$

$$\rightarrow x^2(y^2-1) = 5y^2 \rightarrow x^2 = \frac{5y^2}{y^2-1} \xrightarrow{\sqrt{\cdot}} x = \frac{\sqrt{5}y}{\sqrt{y^2-1}}$$

برای اینکه نمودار درجه دوم، کوادراتیک باشد باید است که ضرایب آن همواره مثبت باشد.

$$g(2) = -4 + k \Rightarrow g(2) < g(4) \rightarrow 1 + 4k < -4 + k \rightarrow -4 > 3k \quad (2) \quad \checkmark$$

در صورتی که ضرایب این عبارت است که در صورتی که ضرایب آن همواره مثبت باشد.

$$f(x) = \begin{cases} x^2; x \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \rightarrow x^2 \geq 0 \\ x^2; x < 0 \rightarrow x < 0 \rightarrow x^2 < 0 \end{cases} \rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}; x \geq 0 \\ \frac{x}{-2}; x < 0 \end{cases} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} x > 0 &\rightarrow ax + bx = x(a+b) \\ x < 0 &\rightarrow ax - bx = x(a-b) \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} a+b = \frac{1}{x} \\ a-b = \frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{2}{x}, b = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow ab = \frac{2}{x^2} \quad \checkmark$$

$$f(x) = \frac{1}{m+x} = -10 \rightarrow m+x = -1 \rightarrow m = -3 \quad \checkmark \quad (2) \quad \checkmark$$

$$f(x) = \frac{3x+2}{x-3} \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow f \circ f^{-1}(x) = x$$

$$f^{-1}(x) + x = \frac{3x+2}{x-3} + x = x \Rightarrow \frac{3x+2}{x-3} = 0 \Rightarrow x = 1 - \frac{2}{3} \quad \checkmark$$

$$f(3-2x) = 2 - g\left(\frac{x}{2}\right) \quad (2) \quad \checkmark$$

$$3-2x = t \rightarrow x = \frac{3-t}{2} \rightarrow f(t) = 2 - g\left(\frac{3-t}{2}\right)$$

$$f^{-1}(2) = a \rightarrow f(a) = 2 - g\left(\frac{3-a}{2}\right) = 2 \rightarrow g\left(\frac{3-a}{2}\right) = 0 \rightarrow g^{-1}(0) = \frac{3-a}{2}$$

$$\rightarrow f^{-1}(2) + f(2) = a + 3 - a = 3 \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} x \rightarrow -x \\ y \rightarrow -y \end{aligned} \Rightarrow \frac{-\Delta x + 1^r}{x+1} = -y \Rightarrow \frac{\Delta x + 1^r}{x+1} = y$$

(۲) (۹)

$$x \rightarrow x-r \Rightarrow \frac{\Delta(x-r) + 1^r}{x-r+1} = \frac{\Delta x + r}{x-1}, y \rightarrow y-r \Rightarrow \frac{\Delta x + r}{x-1} - r = \frac{\Delta x + r - r(x-r)}{x-1}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{rx+y}{x-1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+y}{x-r}, f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{rx+y}{x-1} = \frac{x+y}{x-r}$$

$$x \neq 1, r \Rightarrow x^r + \Delta x - y = rx^r + rx - 1^r \Rightarrow x^r - rx - y = - \Rightarrow \boxed{y = x^r - rx} \checkmark$$

$$f(x) = y = x + f(x) \Rightarrow [y] = [x + f(x)] \Rightarrow [y] = \Delta[x] \Rightarrow \frac{[y]}{\Delta} = [x] \quad (۲) \quad (۱۰)$$

$$\Rightarrow y = \frac{f(y)}{\Delta} + x \Rightarrow y - \frac{f(y)}{\Delta} = x \Rightarrow g(x) = x - \frac{f}{\Delta}(x)$$

$$f - g(x) = x + f(x) - x - \frac{f}{\Delta}(x) = \frac{f}{\Delta}(x) \checkmark$$