۱۴٫۷۵

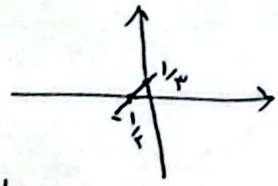
مبین غیبازی

-۱ (۲)

$۲y = ۳x - ۱$

$y = \frac{۲x+۱}{۳}$ → $x = ۰ , y = \frac{۱}{۳}$

↳ $\frac{۲x+۱}{۳} = ۰$ $۲x+۱ = ۰$ $x = -\frac{۱}{۲}$



$S_\Delta = \frac{۱}{۲} \cdot \left(\frac{۱}{۲} \cdot \frac{۱}{۳}\right) = \frac{۱}{۱۲}$ ✓

-۲ (۲)

الف) $y = x^۲ - ۲x + ۳ , x \in [۱, +\infty)$ $y = (x-۱)^۲ + ۲$ $f^{-۱}(x) = \sqrt{x-۲} + ۱$

$D_{f^{-۱}} = [۲, +\infty)$ ✓

ب) $y = x^۲ - ۲x + ۳$ $[۳, +\infty)$

$R_f = [۶, +\infty)$ $f^{-۱}(x) = \sqrt{x-۲} + ۱$ $D_{f^{-۱}} = [۶, +\infty)$ ✓

$\sqrt{x-۲} + ۱ = ۳$

$\sqrt{x-۲} = ۲$

$x - ۲ = ۴$ $x = ۶$

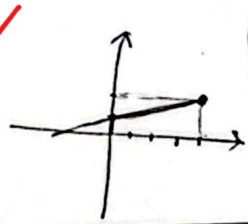
-۳ (۲)

$f(x) = ۲x - \sqrt{۱۶ - ۴x(۴-x)}$ $۲x - \sqrt{۱۶ - ۱۶x + ۴x^۲}$ $۲x - \sqrt{۴(۲-x)^۲} = ۲x - ۲(۲-x) = ۴x - ۴$

$D_f = (-\infty, ۲]$

$f(x) = ۴x - ۴$ $f^{-۱}(x) = \frac{x}{۴} + ۱$ ✓

$R_{f^{-۱}} = (-\infty, ۲]$



$\boxed{S = \frac{(۱+۲) \times \cancel{۴}}{\cancel{۲}} = ۶}$ ✓

-۴ (۰٫۷۵)

هم علامتند!

$y = \frac{x}{\sqrt{x^۲ - ۵}}$ $\frac{x_۱}{\sqrt{x_۱^۲ - ۵}} = \frac{x_۲}{\sqrt{x_۲^۲ - ۵}}$ $\frac{x_۱^۲}{x_۱^۲ - ۵} = \frac{x_۲^۲}{x_۲^۲ - ۵}$

به توان ۲

$\cancel{x_۲^۲ x_۱^۲} - ۵x_۱^۲ = \cancel{x_۲^۲ x_۱^۲} - ۵x_۲^۲$

$x_۱^۲ = x_۲^۲$

$x_۱ = \pm x_۲$

یک به یک ~~است~~ است

x و y هم علامتند! ↳ $x_۱ = x_۲$

$y^۲ = \frac{x^۲}{x^۲ - ۵}$ → $y^۲x^۲ - ۵y^۲ = x^۲$

$x^۲(y^۲ - ۱) = ۵y^۲$

$x^۲ = \frac{۵y^۲}{y^۲ - ۱}$ → $\boxed{y = \frac{\sqrt{۵}x}{x^۲ - ۱}}$ وارون

-۵

۱

$$f(x)\begin{cases} x^2-4x+k\ , & x\geq 2 \quad (x-2)^2 \text{ کمترین مقدار } k-4 \\ -x^2+6x+3k\ , & x<2 \quad -(x-3)^2 \text{ بیشترین مقدار } 8+3k \end{cases}$$

$\cancel{-x^2-6x-3k}$

$\cancel{k=\dots}$

$\longrightarrow k-4 \geq 8+3k$

$\cancel{8+3k<k-4}$

$2k \leq -12$

$3k<-12$

$\boxed{k \leq -6}$

$\cancel{k<-6}$

$0<k$

$3k<4-k$ $\quad \cancel{0<k<1}$

$4k<4$

$k<1$

?

-۶

۲

$f(x)=3x+|x|$

$$f(x)\begin{cases} 4x & x\geq 0 \\ 2x & x<0 \end{cases} \qquad g(x)\begin{cases} \frac{x}{4} & x\geq 0 \\ \frac{x}{2} & x<0 \end{cases}$$

$\cancel{g(x)=\frac{3}{8}x-\frac{1}{8}|x|}$ $\qquad \cancel{g(x)=\frac{1}{4}\dots}$

$g(x)=\frac{3}{8}x-\frac{1}{8}|x|$

$a=\frac{3}{8}$

$b=-\frac{1}{8}$

$\boxed{ab=\frac{3}{8}\times -\frac{1}{8}=-\frac{3}{64}}$

-۷

۲

$f(x)=\frac{3x+4}{x+m} \xrightarrow{x=2} \frac{6+4}{2+m}=-10 \qquad 2+m=-1$

$m=-3$

$f(x)=\frac{3x+4}{x-3}$

$f^{-1}(x) \rightarrow y=\frac{3x+4}{x-3}$

$yx-3y=3x+4$

$yx-3x=3y+4$

$x(y-3)$ -

$y=\frac{3x+4}{x-3} \qquad f^{-1}(x)=\frac{3x+4}{x-3}$

$fof^{-1}=x$

$\cancel{fof^{-1}(x)}+f^{-1}(x)=x$

$x+\frac{3x+4}{x-3}=x \qquad \frac{3x+4}{x-3}=0 \qquad 3x+4=0$

$3x=-4 \qquad \boxed{x=-\frac{4}{3}}$

-۸

۲

$f(3-2x)=2-g(\frac{x}{2})$ $\quad \frac{x}{2}=t' \quad x=2t'$

$3-2x=t \quad x=\frac{3-t}{2}$ $\quad f(t)=2-g(\frac{3-t}{4})$ $\quad g(t')=2-f(3-4t')$

$2-g(\frac{3-t}{4})=-2$ $\quad 2-f(3-4t')=4 \quad f(3-4t')=-2$

$g(\frac{3-t}{4})=4 \quad g^{-1}(4)=\frac{3-t}{4}$

$g(\frac{3-t}{4})=2-f(3-4(\frac{3-t}{4}))=4 \quad 2-f(t)=4 \quad -f(t)=2 \quad f(t)=-2 \quad f^{-1}(-2)=t$

$$\boxed{4(\frac{3-t}{4})+t=3} \checkmark$$

-۹

۱

$y=\frac{5x-13}{1-x} \xrightarrow{\text{قرینه}} \frac{5x+13}{x+1}$

باید x و y رو قرینه کنی

$\frac{5(x-2)+13}{(x-2)+1}-3=\frac{5x\overset{+3}{\cancel{-3}}}{x\underset{-1}{\cancel{-3}}}-3$

$\frac{5x-23-3(x-3)}{x-3}=\frac{5x-23-3x+9}{x-3}=\frac{2x\overset{+4}{\cancel{-4}}}{x\underset{-1}{\cancel{-3}}}$ $\quad f(x)=\frac{2x-14}{x-3}$

$f^{-1}(x)=\cancel{\frac{3x-14}{x-2}}\ \frac{x+4}{x-2}$ $\quad \frac{3x-14}{x-2}=\frac{2x-14}{x-3}$ $\quad (x-3)(3x-14)=(2x-14)(x-2)$

$3x^2-23x+42=2x^2-18x+28$

$x^2-3x-4=0 \rightarrow S=\frac{-b}{a}=\boxed{3}$

$x^2-5x+14$

$\cancel{x^2-5x+14=0}$

$(x-7)(x+2)=0 \quad x=-2 \quad x=7 \quad \boxed{x_1+x_2=-5}$

۵

$f(x)=x+4[x]$

$[y]=[x]+4[x]$ $\quad \cancel{[y]=5[x]}$ $\quad \cancel{[x]=\frac{[y]}{5}}$ $\quad \cancel{f^{-1}(x)=[x]}$

برای وارون کردن مراحله!

قرینه نمودار نسبت به $y=x$ همان وارون تابع است

$y=x+4[x]$ (جایگذاری) $\xrightarrow[\text{براکت میگیریم}]{\text{از طرفین}}$ $[y]=[x]+4[x]=5[x] \rightarrow \boxed{[x]=\frac{[y]}{5}}$

$y=x+4\frac{[y]}{5} \rightarrow x=y-4\frac{[y]}{5} \xrightarrow{\text{وارون}} y=x-\frac{4[x]}{5}$

$(f-g)(x)=x+4[x]-x+\frac{4}{5}[x]=\boxed{4.8[x]}$