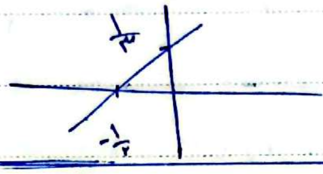
پارسا گل‌قلی   دوازدهم ریاضی A   تکلیف شماره ۱   ۱۴٫۵

(۲)

$f(x)=3y$, $f(x)=3x-1 \Rightarrow f^{-1}: 3x+1=3y \Rightarrow f^{-1}=\frac{x+1}{3}$

$=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3} \Rightarrow$  $\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}}{2}=\frac{1}{18}$ ✓

الف) $y=x^2-2x+3$, $x\in[1,+\infty)$ $-\frac{b}{2a}=1 \longrightarrow$ ۲- یک‌به‌یک

(۳)

$\Rightarrow f^{-1}: x=(y-1)^2+2 \Rightarrow y-1=\sqrt{x-2} \Rightarrow y=\sqrt{x-2}+1$ ✓

$D_{f^{-1}}\in[2,+\infty)$ ✓

ب) $y=x^2+2x+3$, $x\in[2,+\infty)$ $-\frac{b}{2a}=-1 \longrightarrow$ یک‌به‌یک

$y^{-1}=\sqrt{x-2}+1$ ✓ , $x\geq 4$, $R_{f^{-1}}\in[4,\infty)$ ✓

۳- $f(x)=2x-\sqrt{16-16x+4x^2}=2x-\sqrt{4(4-x)^2}=2x-2|4-x|$

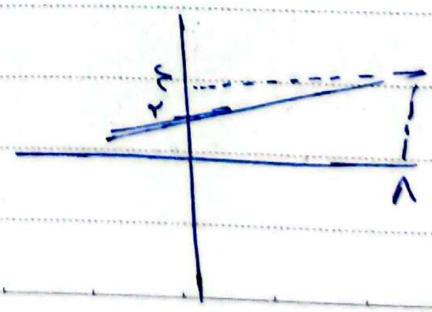
میتونی فاکتور بگیری

$\Rightarrow$ if $D_f\in(-\infty,4] \Rightarrow$ الزاما صعودی $\Leftarrow$ یک‌به‌یک

۰

$x\in(-\infty,4] \Rightarrow f(x)=4x-8 \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1}{4}x+2$

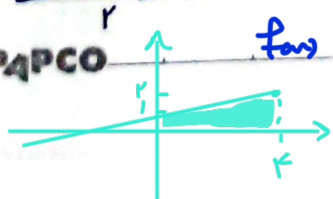
$\Rightarrow R_{f(x)}=(-\infty,8]=D_{f^{-1}(x)}$



$f(x)=2x-\sqrt{16-16x+4x^2}$
$4(x^2-4x+4)$

~~$\frac{(4\times 8)}{2}=16$~~

$f(x)=2x-2|x-2|$ $\longrightarrow x\geq 2 \to 4$
$\searrow x\leq 2 \to 4x-4$ ✓ $\longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{4}+1$



$\frac{(1+2)4}{2}=6$

$D_{f^{-1}}=R_f=(-\infty,4]$

۴ـ (۲)

$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \to \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-5}=\frac{x_2^2}{x_2^2-5}$

$\Rightarrow x_1^2x_2^2-5x_1^2 = x_1^2x_2^2-5x_2^2 \Rightarrow x_1^2=x_2^2$

$\Rightarrow x_1=\pm x_2 \Rightarrow x_1=x_2$ یک به یک ✓

جای x,y عوض ، $f^{-1}: x=\frac{y}{\sqrt{y^2-5}} \Rightarrow x^2=\frac{y^2}{y^2-5} \Rightarrow x^2y^2$

$-5x^2=y^2 \Rightarrow y^2(x^2-1)=5x^2 \Rightarrow y^2=\frac{5x^2}{x^2-1}$

$\Rightarrow y=\pm\frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{x^2-1}}$ ✓ ← مثبت ← هم علامت‌اند x,y ← (+) ✓

۵ـ (۲)

$f(x)=\begin{cases} x^2-4x+k & x\ge 2 \Rightarrow -\frac{b}{2a}=2 \\ x^2+2x+4k & x<2 \Rightarrow -\frac{b}{2a}=2 \end{cases}$

$\to k-4\ge 4k+8 \Rightarrow -3k\ge -12 \Rightarrow k\le -4$ ✓

۶ـ (۲)

$f(x)=3x-|x| \xrightarrow{\text{تعریف مجدد}} \begin{cases} 2x & x\ge 0 \\ 4x & x<0 \end{cases}$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}x & x\ge 0 \\ \frac{1}{4}x & x<0 \end{cases}$

$f^{-1}(x)=\frac{\frac{3}{2}x}{4}-\frac{\frac{1}{2}|x|}{4}$

$=\frac{15x}{40}-\frac{5}{40}|x|$

$\Rightarrow a=\frac{3}{8}$ ✓ $, b=-\frac{1}{8}$ ✓ $\Rightarrow ab=-\frac{3}{64}$ ✓

PAPCO

$f(x) = \frac{3x+4}{x+m} \rightarrow f(2) = -10 \Rightarrow 10m = -30 \Rightarrow m = -3$ ✓ ۳

$\Rightarrow m = -3 \Rightarrow (x \neq 3)$, $f(-10) = 2 \Rightarrow f^{-1} = f$

$y = f \circ f^{-1}(x) + f^{-1}(x) = x + \frac{3x+4}{x-3} \Rightarrow x = \frac{3x+4}{x-3} = 0$

$\Rightarrow 3x+4 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$ ✓

$f(3-2x) = 2g(\frac{x}{2}) \Rightarrow g(\frac{x}{2}) = 1 - f(3-2x) \Rightarrow g(x) = t$ ۲

$\Rightarrow t = 1 - f(3-4x)$ $\quad f^{-1}(1-t) = 3-4x \Rightarrow f^{-1}(1-t) = 3 - 4g^{-1}(t)$

$g^{-1}(t) = x$

$\Rightarrow 4g^{-1}(t) = 3 - f^{-1}(1-t) \xrightarrow{t=4} 4g^{-1}(4) = 3 - f^{-1}(-3)$

$\Rightarrow 4g^{-1}(4) + f^{-1}(-3) = 3$ ✓

$y = \frac{5x-13}{1-x} \xrightarrow[\text{قرینه}]{x,y} y = \frac{-5x-13}{1+x} \Rightarrow y = \frac{5x+13}{1+x}$ ۲

$\xrightarrow[\text{راست}]{\text{۲ واحد}} \frac{5(x-2)+13}{1+(x-2)} = \frac{5x+3}{x-1} \xrightarrow[\text{پایین}]{\text{۳ واحد}} \frac{5x+3}{x-1} - 3$

$= \frac{5x+3-3x+3}{x-1} = \frac{2x+6}{x-1} \Rightarrow f(x) = \frac{2x+6}{x-1}$ ✓ $\Rightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow x = \frac{2y+6}{y-1}$

$\Rightarrow xy - x = 2y+6 \Rightarrow y(x-2) = 6+x \Rightarrow y = \frac{6+x}{x-2}$ ✓ $= f^{-1}(x)$

PAPCO

$\frac{4+x}{x-2} = \frac{3x+4}{x-1} \rightarrow x^2+5x-6 \rightarrow (x-4)(x+1)$

$= 2x^2+2x-12 \rightarrow x^2+3x-4=0 \rightarrow \frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{1} = 3$ ✓

$f(x) = x + 4[x]$ $\xrightarrow{\text{تابع وارون را بیابید}}$ $g(x) = f^{-1}(x) \rightarrow x = y + 4[y]$ $[x]$ — ما (۰/۵)

چون اینجا جای x و y رو عوض کردی

اول باید عوض کنی

$\rightarrow y = x - 4[x] = g(x)$ $\xrightarrow{\text{براکت از دو طرف}}$ $[y] = [x + 4[x]]$ (۵)

$\Rightarrow [y] = 5[x]$ ✓ $\rightarrow f(x) - g(x) = x + 4[x] - x + 4[x] = 8[x]$

$[x] = 5[y]$ ۰/۸ $4/8[x]$