

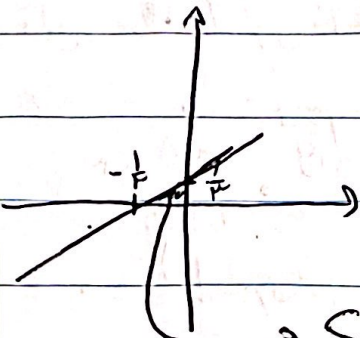
دارند

مشتق

$$2y = 3x - 1 \text{ دارند} \quad 2x = 3y - 1 \Rightarrow 3y = 2x + 1 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

(1)

رسم و حل نمود:



مشتق

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{2}{3}(0) + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow (0, \frac{1}{3})$$

$$y=0 \Rightarrow 0 = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}x = -\frac{1}{3} \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow (-\frac{1}{2}, 0)$$

$$S = \frac{(\frac{1}{3}) \times (\frac{1}{2})}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

(2) ابتدا یک به یک بعد تابع را در بازه $x \in [1, +\infty)$ بررسی می کنیم: $(x_1, x_2 \in [1, +\infty))$

$$x_1^2 - 2x_1 + 3 = x_2^2 - 2x_2 + 3 \Rightarrow (x_1 - 1)^2 + 2 = (x_2 - 1)^2 + 2 \Rightarrow (x_1 - 1)^2 = (x_2 - 1)^2$$

$$\Rightarrow x_1 - 1 = \pm(x_2 - 1) \xrightarrow{x_1, x_2 \geq 1} x_1 - 1 = x_2 - 1 \Rightarrow x_1 = x_2 \quad \text{تابع یک به یک است}$$

الف) آنگاه داریم بررسی می کنیم $y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow y-2 = (x-1)^2$

$$\Rightarrow \pm\sqrt{y-2} = x-1 \xrightarrow{x \geq 1 \Rightarrow x-1 \geq 0} \sqrt{y-2} = x-1 \Rightarrow \sqrt{y-2} + 1 = x \quad \text{داریم} \quad \boxed{\sqrt{x^2+1} = y}$$

ب) با توجه به اینکه تابع ضمیمه تابع دایره $x^2 + y^2 = 1$ است و دامنه آن نیز زیر مجموعه دایره

خوبی الف است تابع یک به یک بوده و ضمیمه تابع دایره و پس همان ضمیمه خوبی قبل است (مبنی $x \geq 1 \Rightarrow x-1 \geq 0$)

لذا تنها باید شرط دایره را ذکر کنیم:

$$x \in y = x^2 - 2x + 3 \text{ و } x \in [1, +\infty) \text{ دارند} \quad y = \sqrt{x-2} + 1 \text{ و } y \in [1, +\infty)$$

$$\Rightarrow 3 < \sqrt{x-2} + 1 \Rightarrow 2 < \sqrt{x-2} \Rightarrow 4 < x-2 \Rightarrow 6 < x \Rightarrow y = \sqrt{x-2} + 1 \text{ و } y \in [6, +\infty)$$

نوع دایره را باید که در خوبی الف دایره تابع دایره همان دایره آن است و به محدود کردن آن نیست.

$$f(n) = \sqrt{n - \sqrt{f(n-1)(f(n-1))}} = \sqrt{n - 2|f(n-1)|} = \sqrt{n - 2|n-2|} \quad (2)$$

اکنون می‌دانیم که بازه n و $n-1$ یکدیگر نیستند زیرا n و $n-1$ اعداد صحیح هستند.
 و همچنین n و $n-1$ از نظر ضابطه یکدیگر نیستند زیرا n و $n-1$ از نظر ضابطه یکدیگر نیستند.

این است، و این می‌کنیم:

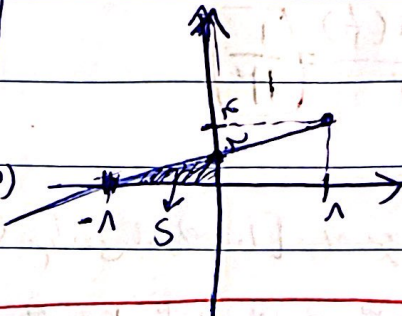
$$\begin{aligned} & \text{از } y \in (-\infty, 2] \text{ داریم } y = f(n-1) \Rightarrow n+1 = fy \Rightarrow y = \frac{n+1}{f} \Rightarrow y = \frac{n+1}{f} \\ & \text{از } y \in (-\infty, 2] \text{ داریم } y = f(n-1) \Rightarrow n+1 = fy \Rightarrow y = \frac{n+1}{f} \Rightarrow y = \frac{n+1}{f} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{n+1}{f} \leq 2 \Rightarrow \boxed{n \leq 1} \Rightarrow \boxed{y = \frac{n+1}{f}}$$

$$(0, 2) \Rightarrow y = \frac{0+1}{f} = 1 \Rightarrow (0, 2)$$

$$(2, 0) \Rightarrow 0 = \frac{2+1}{f} \Rightarrow n = -1 \Rightarrow (-1, 0)$$

$$(1, 1) \Rightarrow y = \frac{1+1}{f} = 2 \Rightarrow (1, 1)$$



$$S = \frac{2 \times 1}{2} = \boxed{1}$$

$$\forall n, n_p \in D_f: \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 - 5}} = \frac{n_p}{\sqrt{n_p^2 - 5}} \Rightarrow \frac{n_1^2}{n_1^2 - 5} = \frac{n_p^2}{n_p^2 - 5} \xrightarrow{\text{تفاضل درخرج}} \frac{n_1^2}{n_1^2 - 5} = \frac{n_p^2}{n_p^2 - 5} \Rightarrow \frac{n_1^2}{n_1^2 - 5} = \frac{n_p^2}{n_p^2 - 5} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \frac{n_1^2}{n_1^2 - 5} = \frac{n_p^2}{n_p^2 - 5} \Rightarrow n_1^2 = n_p^2 \Rightarrow n_1 = \pm n_p$$

در این صورت فرض می‌کنیم $n_1 = n_p$ باشد.

$$\Rightarrow n_1 = n_p \Rightarrow \sqrt{n_1^2 - 5} = \sqrt{n_p^2 - 5} \Rightarrow n_1 = n_p$$

به همین علت بازه n و n در عبارت زیر قرار می‌گیرد.

$$y = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 5}} \xrightarrow{\text{ضرب}} n = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 5}} \Rightarrow n^2 = \frac{y^2}{y^2 - 5} \Rightarrow n^2 y^2 - 5 n^2 = y^2 \Rightarrow 5 n^2 = n^2 y^2 - y^2$$

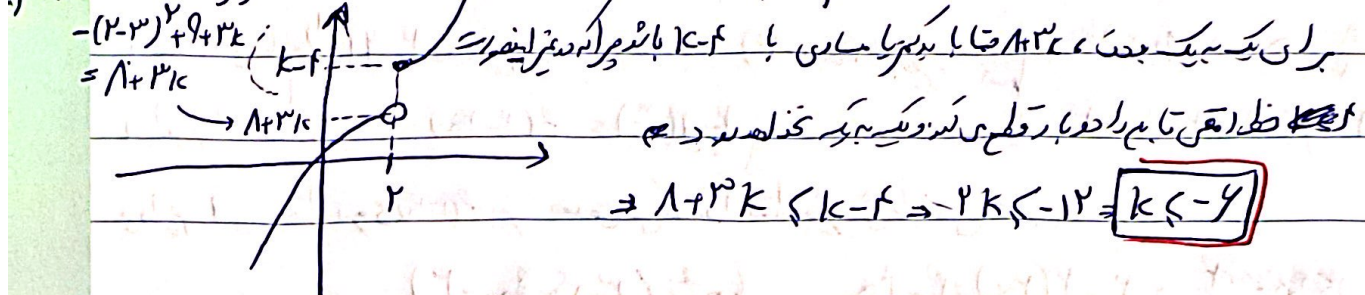
$$\Rightarrow 5 n^2 = y^2 (n^2 - 1) \Rightarrow \frac{5 n^2}{n^2 - 1} = y^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{5} n}{\sqrt{n^2 - 1}} = y \Rightarrow \boxed{\frac{\sqrt{5} n}{\sqrt{n^2 - 1}} = y}$$

$$g(u) = f(u) = \begin{cases} u^2 - 2u + k & ; u \geq 2 \\ -u^2 + 9 + 3k & ; u < 2 \end{cases} \Rightarrow f(u) = \begin{cases} (u-2)^2 - 4 + k & ; u \geq 2 \\ -(u-3)^2 + 9 + 3k & ; u < 2 \end{cases} \quad \textcircled{a}$$

با توجه به بالا و ضابطه اولی (۱) را از رأس هر نقطه $(2, k-4)$ و $(3, 9+3k)$ و ضابطه دیگر و $(2, 3)$ و $(3, 1+3k)$

توجه کنید که در هر دو ضابطه دوم است، رأس هر دو داخل حتماً می‌تواند ترسیم کرد. از طرفی با توجه به اینکه ضریب

همه در اولی $\oplus$ و در دومی $-$ است، نمودار را در رسم می‌کنیم (بهمن یا شبیه بودن عرض نقاط تصویر نماند)



نمودار تابع $f(x) = 2x + |x|$ را می‌توان به شکل تابع دو ضابطه‌ای زیر نمایش داد

$$f(x) = \begin{cases} 2x & ; x \leq 0 \\ 3x & ; x > 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} \frac{2}{3}x & ; x \leq 0 \\ x & ; x > 0 \end{cases}$$

$(x=2y \Rightarrow y=\frac{1}{2}x, y \leq 0 \Rightarrow 2y \leq 0 \Rightarrow x \leq 0), (x=y \Rightarrow y=\frac{1}{3}x, y > 0 \Rightarrow x > 0)$

$$a = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

برای یافتن a کافی است میانگین ضرایب را بگیریم

$$f^{-1}(f) = 1 \Rightarrow \frac{3}{x}(f) + 6|f| = \frac{3}{x} + 6b \Rightarrow 6b = -\frac{1}{x} \Rightarrow b = -\frac{1}{6x}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{3}{x}x + \frac{1}{6}|x| \Rightarrow ab = \frac{3}{x} \times \left(-\frac{1}{6x}\right) = \boxed{-\frac{1}{2x^2}}$$

$$f(2) = -10 \Rightarrow \frac{3(2) + f}{2 + m} = -10 \Rightarrow 10 = -10(2+m) \Rightarrow 2+m = -1 \Rightarrow m = -3 \quad \textcircled{b}$$

$$y = \frac{3x + f}{x - 3} \Rightarrow yx - 3y = 3x + f \Rightarrow (y-3)x = 3y + f \Rightarrow x = \frac{3y + f}{y-3} \Rightarrow f^{-1}(u) = \frac{3u + f}{u-3}$$

پیدا کردن $n \in \mathbb{Q}$ و $n \in \mathbb{Q}$: $f \circ f^{-1}(n) = f^{-1}(n) = n$
 $\frac{f \circ f^{-1}(n)}{n} = 1 \Rightarrow \frac{f^{-1}(n)}{n} = 1 \Rightarrow f^{-1}(n) = n \Rightarrow \boxed{n = -\frac{f}{3}}$
 که در f صدق می‌کند!
 ($\bullet f(0) = -\frac{f}{3}$)

۱) در اینتر استر $(2, \alpha)$ روی تابع g ، نقطه $(\alpha, 2)$ را داریم لذا آنگون نقطه نظر

آنرا روی تابع g $(\frac{n}{3}, 2)$ می‌نامیم
 $\frac{n}{3} = \alpha \Rightarrow n = 3\alpha$
 $y = 2 - g(\alpha) = 2 - 2 = 0$
 $2 - g(\frac{n}{3}) = f(2 - 2n)$
 از طرف راستی

در اینتر استر نقطه دوی $(3, 2)$ نیز صدق کند! نقطه تیرش را روی f می‌نامیم

$3 = 2 - g(2\alpha) = 2 - 2\alpha$
 $y = \frac{f(2 - 2n)}{2 - 2n} = \frac{f(2 - 2\alpha)}{2 - 2\alpha} = \frac{f(2 - 2\alpha)}{2 - 2\alpha}$
 لذا نقطه $(-2, 3 - 2\alpha)$ روی f قرار دارد.

آنگون ضلعه را حساب می‌کنیم: $f(g^{-1}(2)) + f^{-1}(-2) = f(\alpha) + (2 - 2\alpha) = 2\alpha + 3 - 2\alpha = \boxed{3}$

۲) $y = \frac{\omega n - 13}{1 - n}$
 $y = \frac{\omega(-n) - 13}{1 - (-n)} = \frac{\omega n + 13}{n + 1}$
 $y = \frac{\omega(n+1) + 13}{(2-2) \cdot 1}$

$y = \frac{\omega n + 13}{n + 1}$
 $y = \frac{\omega n + 13}{n + 1} - 3 = \frac{p n + q}{n + 1} = f(n)$
 $n = \frac{p y + q}{y - 1}$

$\Rightarrow n y - n = p y + q \Rightarrow (n - 2) y = q + n \Rightarrow y = \frac{q + n}{n - 2} = f^{-1}(n)$

هم $f(n) = f^{-1}(n) \Rightarrow \frac{p n + q}{n + 1} = \frac{n + q}{n - 2} \Rightarrow p n^2 + p n - 12 = n^2 + 2n - 2 \Rightarrow n^2 - 2n + q = 0$

$(n - 1)(n - 4) = 0 \Rightarrow \boxed{n = 1 \text{ یا } n = 4 \Rightarrow 1 + q = 12}$

۱۰) می‌دانیم ضرب کردن نسبت به $y = n$ همان وارون تابع است لذا:

$y(n) = f^{-1}(n)$ و $f(n) = n + f[n] = y$
 $n = y + f[y] \Rightarrow n = y + 2\alpha[n] \Rightarrow y = n - 2\alpha[n]$
 $= g(n)$

$[y] = [n + f[n]] = [n] + f[n] = \omega[n]$
 $(f - g)(n) = (n + f[n]) - (n - 2\alpha[n]) = \boxed{f[n]}$

درست نمی‌کند و در $\mathbb{R}$ صدق ندارد
 نه اثرک این دو دانه اش $\mathbb{R}$ نیست