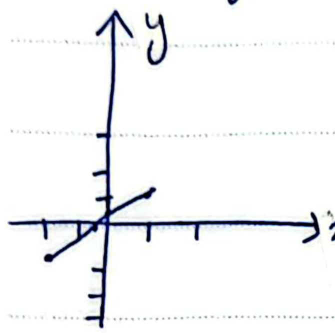
۱۲ پسر A — تکالیف ۱۰ — پرهام مقیمی

Subject: Date:

(۱)

$$2y=3x-1 \xrightarrow[x\leftrightarrow y]{\text{وارون}} 2x=3y-1 \Rightarrow 3y=2x+1 \rightarrow y=\frac{2x+1}{3}$$

x	0	1	-2	$-\frac{1}{2}$
y	$\frac{1}{3}$	1	-1	0

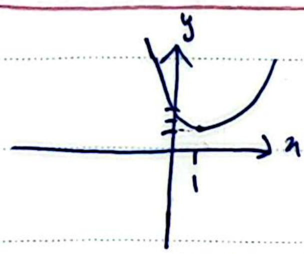


$$\Rightarrow \Delta \; \frac{1}{3},\ -\frac{1}{2}$$

$$S_\Delta=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)=\boxed{\frac{1}{12}}$$

(۲)

الف) و ب)



$$y=x^2-2x+3$$

$x_s=1$

$y_s=2$

x	0	1	2	3
y	3	2	3	6

هر دو یک به یک هستند زیرا از رأس به بعد در دامنه است.

الف) $y=x^2-2x+3 \longrightarrow y=(x-1)^2+2 \xRightarrow{\text{معکوس}} x=(y-1)^2+2 \rightarrow x-2=(y-1)^2$

$\sqrt{\ }$: $\sqrt{x-2}=y-1 \xleftarrow{+1} $ $\boxed{y=\sqrt{x-2}+1}$

الف) $x\in[2,+\infty)$

ب) $x\in[6,+\infty)$

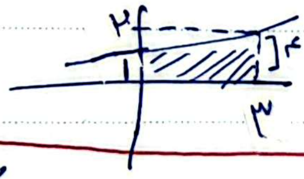
(۳)

$$f(x)=2x-\sqrt{16-4x(4-x)}=2x-\sqrt{(2x-4)^2}\rightarrow 2x-|2x-4|$$

$$x\in(-\infty,2] \rightarrow f(x)=4x-4 \rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+4}{4}$$

$$R_{f\circ g}=(-\infty,4) \quad D_{f^{-1}(x)}$$

$$S_{\Delta+\square}=\frac{(1\times 2)}{2}+4=6$$

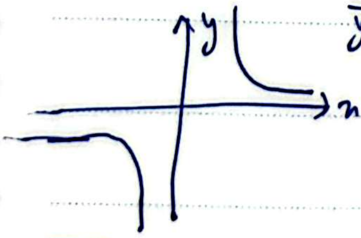


(۴)

$$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-5}}$$

هموگرافیک است ⇐ یک به یک ✓

x	-3	3
y	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$



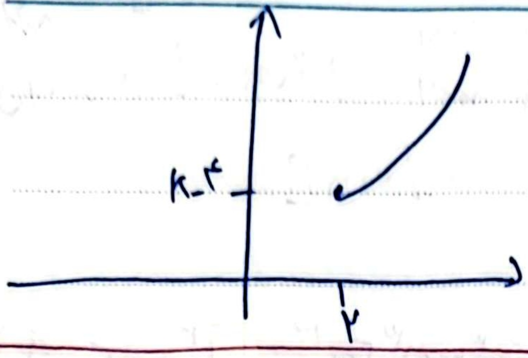
$$f^{-1} \rightarrow x=\frac{y}{\sqrt{y^2-5}} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2=\frac{y^2}{y^2-5} \rightarrow x^2y^2-5x^2=y^2$$

$$y^2(x^2-1)=5x^2$$

$$|y|=\frac{\sqrt{5}\,|x|}{\sqrt{x^2-1}} \xleftarrow[\text{هم علامت}]{y,x} \boxed{y^{-1}=\frac{\sqrt{5}\,x}{\sqrt{x^2-1}}}$$

Subject: Date :

۵



$$g(x)=\begin{cases} x^2-4x+k & x\geq 2\\ x^2+6x+3k & x<2\end{cases}$$

$x_s=-3$, $x_s=\frac{-b}{2a}=2$

$x=2 \longrightarrow$ یک به یک $\Longrightarrow k-4\geq 3k+8 \Longrightarrow \boxed{k\leq -6}$

۶

$f(x)=3x+|x| \longrightarrow x\geq 0 \Rightarrow 4x$, $x<0 \Rightarrow 2x$ $\longrightarrow f^{-1}(x)=\begin{cases}\frac{1}{4}x & x\geq 0\\ \frac{1}{2}x & x<0\end{cases}$

$f^{-1}(x)=\frac{\frac{3}{2}x}{4}-\frac{\frac{1}{2}}{4}|x| \Longrightarrow a=\frac{3}{8}$, $b=-\frac{1}{8} \xrightarrow{\times} \frac{3}{8}\times\frac{-1}{8}=\boxed{-\frac{3}{64}}$

۷

$f(x)=\frac{3x+4}{x+m}\xrightarrow{(2,-10)} -10=\frac{10}{2+m}\Rightarrow \boxed{m=-3}$ / $f(x)=\frac{3x+4}{x-3}$, $x\neq 3$

$x=-10 \to f(-10)=\frac{-30+4}{-13}=2 \Longrightarrow$ وارون $=(2,-10)$ $\qquad x=-\frac{4}{3}$

$f^{-1}(x)=\frac{3x+4}{x-3}$, $x\neq 3$ $\Longrightarrow y=\underbrace{f\circ f^{-1}(x)}_{x}+\underbrace{f^{-1}(x)}_{\text{در اینجا } f(x)}=x+\frac{3x+4}{x-3}=0$

---

۸ ★

$f(3-2x)=2-g(\frac{x}{2}) \longrightarrow g(\frac{x}{2})=2-f(3-2x) \longrightarrow g(x)=t=2-f(3-4x)$

$g(x)=t$

$f(3-4x)=2-t$

$f^{-1}(2-t)=3-4x$, $g^{-1}(t)=x$ $\Big\}$ $f^{-1}(2-t)=3-4g(t)^{-1}$

$4g(t)^{-1}=3-f^{-1}(2-t) \xrightarrow{t=4} 4g^{-1}(4)+f^{-1}(-2)=3$

۹

$y=\frac{5x-13}{1-x}\xrightarrow[\text{نسبت به محور}]{\text{قرینه}} -y=\frac{-5x+13}{1+x}\xrightarrow[\text{۲ واحد}]{\text{راست}}\frac{5(x-2)+13}{1+(x-2)}=\frac{5x+3}{x-1}\xrightarrow[\text{پایین}]{\text{۳ واحد}}\frac{5x+3}{x-1}-3=$

در آخر از صفر ۲ طرف قرینه را ساده کرد

$y=\frac{x+6}{x-2}=f^{-1}(x) \longleftarrow f(x)=\frac{2x+6}{x-1}$

$\underset{f^{-1}(x)}{\frac{6+x}{x-2}}=\underset{f(x)}{\frac{2x+6}{x-1}} \Longrightarrow x^2+5x-6=2x^2+2x+2 \longrightarrow x^2-3x-6=0$

$\longrightarrow x\neq 1,2$ $\qquad S=\frac{-b}{a}=3$

۱۰

$f(x)=x+4[x]\xrightarrow[y=x \text{ به}]{\text{قرینه}} f^{-1}(x)=g(x)\Rightarrow y=x-4[y]\Rightarrow f^{-1}(x)=x-\frac{4}{5}[x]$

$[y]=[x-4[x]] \Leftrightarrow [y]=\frac{[x]}{5}$

$\frac{24}{5}[x] \Longleftarrow$ جواب $\qquad f(x)-f^{-1}(x)=x+4[x]-x+\frac{4}{5}[x]=\frac{24}{5}[x]$