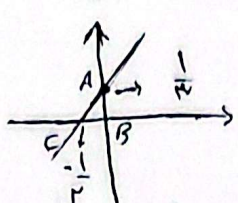


۱۵,۵

نام و نام خانوادگی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره کلاس
 نام خانوادگی
 کلاس
 شماره
 نام خانوادگی
 کلاس
 شماره
 نام خانوادگی

$y = x-1 \xrightarrow{f^{-1}} x = y+1 \Rightarrow y = x+1 \Rightarrow y = \frac{x+1}{x}$
 $\Rightarrow y = \frac{x}{x} + \frac{1}{x} \Rightarrow$



$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

(۲)

$y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [1, +\infty)$



$y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 1 + 2 \Rightarrow y = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow \sqrt{y-2} = x-1$
 $\Rightarrow x = 1 + \sqrt{y-2}$

$f^{-1}(y) = [2, +\infty)$

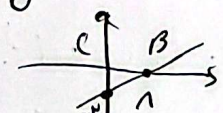
الف) یک به یک است ✓
 ب) (ب) از معنی وجود حل شده است.

(۲)

$f(x) = 2x - \sqrt{4 - f(x)(2-x)} = 2x - \sqrt{4 - (4-x)(2-x)} = 2x - \sqrt{4 - (8-6x+x^2)} = 2x - \sqrt{4 - 8 + 6x - x^2} = 2x - \sqrt{-4 + 6x - x^2}$

$= 2x - (2 - (2-x)) = 2x - 1 \Rightarrow y = 2x - 1 \Rightarrow 2x = y + 1 \Rightarrow x = \frac{y+1}{2}$

$f^{-1}(y) \Rightarrow y = \frac{x-1}{2} = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$



$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$

جواب صحیح به

(۵)

$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5} \Rightarrow x_1^2(x_2^2 - 5) = x_2^2(x_1^2 - 5)$

$\Rightarrow x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 5x_2^2 \Rightarrow -5x_1^2 = -5x_2^2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}} \Rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2 - 5}} \Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2 - 5} \Rightarrow y^2 x^2 - 5x^2 = y^2 \Rightarrow y^2(x^2 - 1) = 5x^2 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{5}x}{x^2 - 1}$

اما یک ی نمی تواند ده
 مختلف الفلاست دارند
 و در نتیجه یک به یک
 است.

(۲)

$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \geq 2 \\ -x^2 + 4x + 3k & x < 2 \end{cases}$

$\rightarrow$ رأس $-4 + k$
 $\rightarrow$ رأس $4 + 3k$

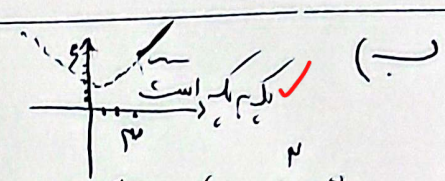
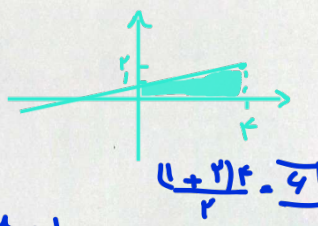
چون هر دو تابع در یک راستای
 خود صعودی اند پس
 باید چهار شرط داشته باشند.

$4 - 4 \geq 4 + 3k \Rightarrow 0 \geq 4 + 3k \Rightarrow 3k \leq -4 \Rightarrow k \leq -\frac{4}{3}$

$4 - 4 \leq 4 + 3k \Rightarrow 0 \leq 4 + 3k \Rightarrow 3k \geq -4 \Rightarrow k \geq -\frac{4}{3}$

$k = -\frac{4}{3}$

(۱۵,۵)

	۱
$y = x^2 - 2x + 2, x \in [\sqrt{2}, +\infty)$ 	۲
$y = x^2 - 2x + 2 - 2 + 2 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 1 + 2 \Rightarrow y = (x-1)^2 + 2$ $\Rightarrow y - 2 = (x-1)^2 \Rightarrow x-1 = \pm \sqrt{y-2} \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{y-2} \Rightarrow y = 1 \pm \sqrt{x-2}$ $\Rightarrow R_{f^{-1}} = \emptyset \Rightarrow D_f = [2, +\infty)$	۳
$f(x) = 2x - \sqrt{14 - 14x + 4x^2}$ $f(x) = 2x - 2 x-2 $ $\begin{cases} x > 2 \rightarrow f \\ x < 2 \rightarrow f \end{cases}$ $\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + 1$ $D_f = R_f = (-\infty, 4]$ 	۴
	۵

$$f(n), n+|n| \Rightarrow f(n) = \begin{cases} fn & n \geq 0 \\ r n & n < 0 \end{cases} \quad f^{-1}(n) = \begin{cases} \frac{1}{f} n & n \geq 0 \\ \frac{1}{r} n & n < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$a \text{ and } b | n | \begin{cases} (a+b)n & n \geq 0 \Rightarrow (a+b)x = \frac{1}{f} x \Rightarrow a+b = \frac{1}{f} \\ (a-b)n & n < 0 \Rightarrow (a-b)x = \frac{1}{r} x \Rightarrow a-b = \frac{1}{r} \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} a+b = \frac{1}{f} \\ a-b = \frac{1}{r} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{r}{n} \checkmark \Rightarrow \frac{r}{n} + b = \frac{1}{f} \Rightarrow b = -\frac{1}{n} \checkmark \Rightarrow a \times b = \frac{r}{n} \times -\frac{1}{n} = -\frac{r}{n^2} \checkmark$$

$$f(n) = \frac{rn+f}{n+m} \Rightarrow (r, -1) \Rightarrow \frac{r+f}{r \times m} = -1 \Rightarrow \frac{1}{r+m} = -1 \quad (1, \sqrt{5})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r+m} = -1 \Rightarrow 1 = -r-m \Rightarrow m = -r \Rightarrow f(n) = \frac{rn+f}{n-r} \Rightarrow \text{داده شود}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(n) = f(n) \Rightarrow y = \underbrace{f \circ f^{-1}}_n(n) + f^{-1}(n) = x + f^{-1}(n) = x \quad \text{فقط!}$$

$$f(n) \Rightarrow f(n) = \frac{rn+f}{n-r} \Rightarrow n = \frac{f^{-1}(n)+r}{r} \quad \text{فقط!}$$

$$f(r-rn) + g(\frac{n}{r}) = r \Rightarrow f(r-rn) = a \Rightarrow f^{-1}(a) = r-rn \Rightarrow \text{فقط!}$$

$$\Rightarrow a + g(\frac{n}{r}) = r \Rightarrow g(\frac{n}{r}) = r-a$$

$$\Rightarrow g^{-1}(r-a) = \frac{n}{r} \Rightarrow n = r g^{-1}(r-a) \checkmark \quad n = -\frac{f^{-1}(a)+r}{r} \checkmark$$

$$-\frac{f^{-1}(r)+r}{r} = r g^{-1}(r) \Rightarrow r g^{-1}(r) + f^{-1}(r) = +r \quad n = r g^{-1}(r-a)$$

$$y = \frac{an-1^n}{1-n} \xrightarrow{\text{تبدیل}} -y = \frac{-an-1^n}{1+n} \Rightarrow y = \frac{an+1^n}{1+n} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{باید}} \frac{an+1^n}{1+n} = \frac{an-1^n}{1-n} \Rightarrow an-1^n-1^n=0 \Rightarrow \{ \text{مخرج} = -\frac{b}{a} = \frac{1}{n} \} \checkmark \quad f(n)$$

$$\frac{a(n-r)+1^n}{1+(n-r)} = \frac{an-1^n+1^n}{1+n-r} = \frac{an+r}{n-1} \Rightarrow \frac{an+r}{n-1} = \frac{an+1^n}{n-1} = \frac{an+1^n}{n-1}$$

$$f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{an+1^n}{n-1} = y \Rightarrow y = \frac{a+1^n}{n-1} \Rightarrow \frac{a+1^n}{n-1} = \frac{an+1^n}{n-1}$$

به صورت گویا بنویسید: $y = n + f[n]$ قانون تعویض به $y = n$ همان طرف تابع است

$$y = n + f[n] \quad \text{از طرفین به } y \text{ اضافه می‌کنیم} \quad [y] = [n] + f[n] = a[n] - [n] = \frac{[y]}{a}$$

$$y = n + f \frac{[y]}{a} \rightarrow n = y - f \frac{[y]}{a} \quad \text{طرف } y \text{ را } n \text{ می‌نویسیم} \quad y = n - f \frac{[n]}{a}$$

$$f^{-1}(x) = n + f[n] - n + f \frac{[n]}{a} = f \frac{[n]}{a}$$