[illegible] تابی

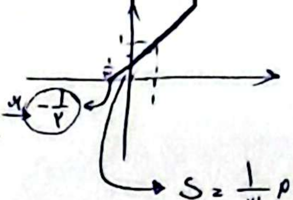
①

$\to 2x = 3y-1 \to \boxed{\frac{2x+1}{3} = y^{-1}} \to$

$\downarrow$

$\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

$\xrightarrow{\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=0} x = \boxed{-\frac{1}{2}}$

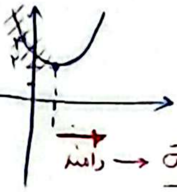


$S = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$

$\frac{\text{ارتفاع × قاعده}}{2}$

②

الف → یک‌به‌یک است



دامنه → پس یک به یک است
چون از رأسش به بعد است ✓

$\rightsquigarrow y = x^2-2x+3$

$\to x = y^2-2y+3$

$x = (y-1)^2+2 \to \boxed{1+\sqrt{x-2} = y^{-1}}$

دامنه‌ی تابع معکوس → برد تابع عادی → $[2, +\infty)$ ↓ ys

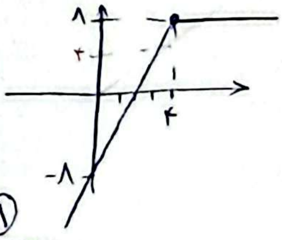
ب → یک‌به‌یک است → طبق شکل بالا چون کامل بعد از رأس است یک به یک است ✓ → $y^{-1} = 1+\sqrt{x-2}$

$R_f = D_{f^{-1}} \to [6, +\infty)$

$x^2-2x+3 \xrightarrow{x=3} ⑥$

③

$2x - \sqrt{16-4x(4-x)} \longrightarrow 2x - \sqrt{4(4-x)^2} \to \boxed{2x - 2|4-x|}$



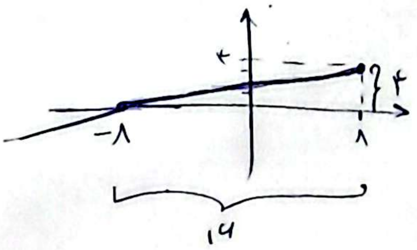
$x \geq 4 \to 2x+2(4-x)$

$\to 2x-2x+8 = ⑧$

$x \leq 4 \to 2x-8+2x \to \boxed{4x-8}$

$y=4x-8 \xrightarrow{\text{وارون}} x = 4y-8 \to \boxed{\frac{x+8}{4} = y^{-1}} \to R_{f^{-1}} \to (-\infty, 4]$

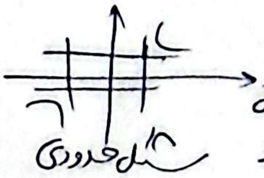
$D_{f^{-1}} \to (-\infty, 8]$



$\to S = \frac{\cancel{4}^{2} \times 16}{\cancel{2}} = \boxed{32}$

اگه از تعریف بریم $x_1 = \pm x_2$

④ یک به یک است ✓ ← تنها از تعریف بریم چون



شکل حدودی

اشتباه هست ← یک y نمی‌تواند $\boxed{۲تا}$ x مختلف علامت داشته باشد پس نتیجه اشتباه است و $x_1 = x_2$ و تابع یک به یک است ✓

$\xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{x_1^2}{x_1^2-5} = \frac{x_2^2}{x_2^2-5} \to \cancel{x_1^2 x_2^2} - 5x_1^2 = \cancel{x_1^2 x_2^2} - 5x_2^2 \to \boxed{x_1 = \pm x_2}$

معکوس $\to x = \frac{y}{\sqrt{y^2-5}} \to x\sqrt{y^2-5} = y \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2y^2 - y^2 = 5x^2 \to y^2 = \frac{5x^2}{x^2-1}$

$y^2(x^2-1)$

$\to \boxed{y = \frac{\sqrt{5}\,x}{\sqrt{x^2-1}}}$

⑤

$x^2-4x+K \xrightarrow{x=2} 4-8+K \to K-4$

$-x^2+6x+3K \xrightarrow{///} -4+12+3K \to 3K+8$

$\boxed{-6 \geq K} \leftarrow -12 \geq 2K \leftarrow K-4 \geq 3K+8$

دلیل: چون بعد $x=2$ تابع بالا صعودی است و قبل $x=2$ هم تابع پایین صعودی است پس تنها شرط مقدار آنها در (مرز) $x=2$ است

⑥

$x \geq 0 \rightarrow ۴x \rightarrow \text{برد} \rightarrow [0, +\infty) \xrightarrow{\text{دارد}} \boxed{\frac{1}{۴}x}$

$x \leq 0 \rightarrow ۲x \rightarrow \text{برد} \rightarrow (-\infty, 0] \xrightarrow{\text{دارد}} \boxed{\frac{1}{۲}x}$

$$g(x) \begin{cases} \nearrow x \geq 0 \rightarrow (a+b)x \rightarrow a+b = \frac{1}{۴} \\ \searrow x \leq 0 \rightarrow (a-b)x \rightarrow a-b = \frac{1}{۲} \end{cases} \quad \text{دسته} \rightarrow ۲a = \frac{۳}{۴} \rightarrow \boxed{a = \frac{۳}{۸}} \quad \rightarrow \boxed{b = -\frac{1}{۸}}$$

$$\boxed{ab = -\frac{۳}{۶۴}}$$

⑦

$\frac{۳(۲)+۴}{۲+m} = -10 \rightarrow \frac{10}{۲+m} = -10 \rightarrow \boxed{m = -۳}$ $\boxed{a+d=0 \ \text{چون}}$

$\longrightarrow f^{-1} \longrightarrow x = \frac{۳y+۴}{y-۳} \rightarrow \boxed{y^{-1} = \frac{۳x+۴}{x-۳}}$

$fof^{-1}(x) = x \longrightarrow D_{fof^{-1}} = \boxed{D_{f^{-1}} = R - \{۳\}}$

$\frac{\cancel{fof^{-1}(x)} + \cancel{f^{-1}}}{x \cdot \frac{۳x+۴}{x-۳}} = \frac{x^۲ - ۳x + ۳x + ۴}{x-۳}$

$\frac{x^۲+۴}{x-۳} = x \rightarrow \cancel{x^۲} + ۴ = \cancel{x^۲} - ۳x \rightarrow \boxed{-\frac{۴}{۳}} \rightarrow$ جواب

⑧

$f(۳-۲x) = t = ۲ - g(\frac{x}{۲}) \rightarrow f^{-1}(t) = ۳ - ۲x$

$\rightarrow t - ۲ = -g(\frac{x}{۲}) \rightarrow ۲ - t = g(\frac{x}{۲}) \rightarrow g^{-1}(۲-t) = \frac{x}{۲}$

$\longrightarrow ۲g^{-1}(۲-t) = x$

$\underline{f^{-1}(t) = ۳ - ۴g^{-1}(۲-t)}$

$f^{-1}(-۲) = ۳ - ۴g^{-1}(+۴)$

$\longrightarrow \cancel{۴g^{-1}}(۴) + \cancel{f^{-1}(-۲)} = \boxed{۳}$

$\cancel{۳ - ۴g^{-1}(۴)}$

⑨ نسبت به مبدأ {هم نسبت به x هم نسبت به y) $\xleftarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}}$ $-\left(\frac{۵(-x) - ۱۳}{1-(-x)}\right) \leftarrow \boxed{\frac{+۵x+۱۳}{1+x}}$

۲ واحد راست

$\rightarrow \frac{۵(x-۲)+۱۳}{1+(x-۲)} - ۳ = f(x) \rightarrow \frac{۵x+۳-۳x+۳}{x-1} \Rightarrow \boxed{\frac{۲x+۶}{x-1} = f(x)}$

$f^{-1}(x) \rightarrow x = \frac{۲y+۶}{y-1} \rightarrow xy - x = ۲y + ۶ \rightarrow xy - ۲y = x + ۶ \rightarrow \boxed{y = \frac{x+۶}{x-۲}}$

$y(x-۲)$

$\frac{۲x+۶}{x-1} = \frac{x+۶}{x-۲} \rightarrow ۲x^{\cancel{۲}} + \cancel{۲x} - ۱۲ = x^{\cancel{۲}} + \cancel{۵x} - ۶$

$x^۲ - ۳x - ۶ = 0 \longrightarrow S = -\frac{b}{a} = \left(\frac{۳}{1}\right)$