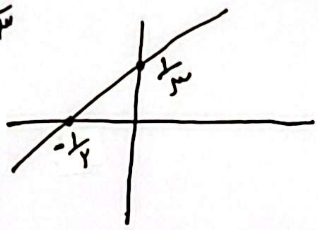
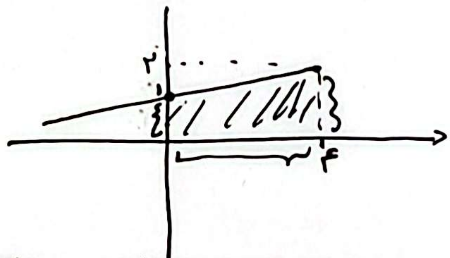
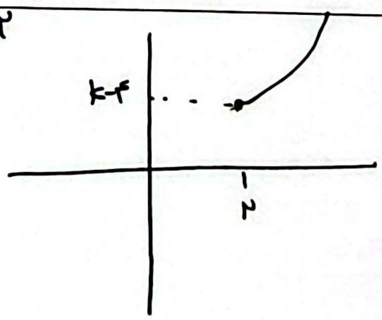
نام و نام خانوادگی ......[illegible]...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۵.. کلاس ..[illegible]..

۱	$f(x) = 2y = 3x - 1 \xrightarrow[\text{عوض}]{\text{جای x و y}} 2x = 3y - 1 \to 2x + 1 = 3y \to y = \frac{2x+1}{3} = f^{-1}(x)$ $f^{-1}(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$  $S = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}{2} = \boxed{\frac{1}{12}}$ $y = (x-1)^2 + 2$	
۲	الف) $y = x^2 - 2x + 3$ و $x \in [1, +\infty)$ $\quad x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2} = 1 \to$ با توجه به اینکه رأس سهمی ۱ است و دامنه x هم از ۱ به بعد است پس عبارت یک به یک است. معکوس $\to x = (y-1)^2 + 2 \to (y-1)^2 = x - 2 \to y - 1 = \sqrt{x-2} \to y^{-1} = \sqrt{x-2} + 1 \quad x \geq 2$ دامنه تابع وارون ب) $y = x^2 - 2x + 3$ و $x \in [3, +\infty)$ $\quad x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2} = 1 \longrightarrow$ مثل مورد بالا تابع یک به یک است و معکوس آن $\sqrt{x-2} + 1$ می‌شود اما باید برد ما از ۶ به بعد است $y^{-1} = \sqrt{x-2} + 1 \quad x \geq 6$ دقت کنیم که کمترین مقداری که در تابع اصلی می‌توانیم بدهیم ۳ است و در ازای ۳ به ما ۶ را می‌دهد ← برد تابع = دامنه تابع معکوس	
۳	$f(x) = 2x - \sqrt{16 - 4x(4-x)} = 2x - 2\lvert x-2 \rvert \to$ در دامنه $(-\infty, 2)$ اکیداً صعودی و یک به یک است $x \in (-\infty, 2) \longrightarrow f(x) = 4x - 4 \to f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + 1$ $R_{f(x)} = (-\infty, 4) \to D_{f^{-1}(x)} = (-\infty, 4)$  $S = \frac{2+1}{2} \times 4 = \frac{3}{2} \times 4 = \boxed{6}$ ذوزنقه بوجود آمد.	
۴	$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \xrightarrow{\text{تعریف ریاضی}} \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{x_1^2}{x_1^2-5} = \frac{x_2^2}{x_2^2-5} \to x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_2^2 x_1^2 - 5x_2^2$ $\to x_1^2 = x_2^2 \to x_1 = \pm x_2 \xrightarrow[\text{x و y هم علامت هستند پس منفی نباید باشد}]{\text{از آنجا که}} x_1 = x_2 \to$ تابع یک به یک است $\lvert y \rvert = \frac{\sqrt{5}\lvert x \rvert}{\sqrt{x^2-1}} \to$ و داریم x و y هم علامت هستند $f^{-1} \to x = \frac{y}{\sqrt{y^2-5}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 = \frac{y^2}{y^2-5} \to x^2y^2 - 5x^2 = y^2 \to y^2(x^2-1) = 5x^2$ $\to y^2 = \frac{5x^2}{x^2-1} \to \lvert y \rvert = \sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$ $\boxed{y^{-1} = \frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{x^2-1}}}$	
۵	$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \geq 2 \to x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2} = 2 \\ -x^2 + 6x + 3k & x < 2 \to x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3 \end{cases}$  اکنون باید در $x = 2$ مقدار ضابطه پایین کوچکتر مساوی ضابطه بالا باشد $\to$ $k - 4 \geq 3k + 8 \to 2k \leq -12$ $\to \boxed{k \leq -6}$	

$f(x)=3x+|x| \longrightarrow \begin{cases} 4x & x\geq 0 \\ 2x & x<0 \end{cases} \longrightarrow f^{-1}(x)=\begin{cases} \frac{1}{4}x & x\geq 0 \\ \frac{1}{2}x & x<0 \end{cases}$

$f^{-1}(x)=\frac{1/5x}{4}-\frac{0/5}{4}|x|=\frac{15x}{40}-\frac{5}{40}|x| \longrightarrow a=\frac{15}{40}=\frac{3}{8} \xrightarrow{\times} \frac{3}{8}\times -\frac{1}{8}$ ۶

$b=-\frac{5}{40}=-\frac{1}{8}$

$\boxed{=-\frac{3}{64}}$

$f(x)=\frac{3x+4}{x+m} \to f(2)=-10=\frac{3\times 2+4}{2+m} \to -20-10m=10 \to 10m=-30 \to m=-3$

$\to f(x)=\frac{3x+4}{x-3},\ x\neq +3 \xrightarrow[\text{بر میگیریم}]{x \text{ را } -10} f(-10)=\frac{-30+4}{-13}=\frac{-26}{-13}=2 \to$ نتیجه می‌گیریم که تابع با وارون خود برابر است

$f^{-1}(x)=\frac{3x+4}{x-3},\ x\neq +3$ ۷

$y=\underbrace{f\circ \cancel{f^{-1}}(x)}_{x}+f^{-1}(x)=x+\frac{3x+4}{x-3}=x \to \frac{3x+4}{x-3}=0 \to 3x+4=0 \to \boxed{x=-\frac{4}{3}}$

$f(3-2x)=2-g\left(\frac{x}{2}\right) \to g\left(\frac{x}{2}\right)=2-f(3-2x) \to g(x)=t=2-f(3-4x)$

$f^{-1}(2-t)=3-4x \Rightarrow f^{-1}(2-t)=3-4g^{-1}(t)$ $\quad \to g(x)=t$

$g^{-1}(t)=x$ $\quad f(3-4x)=2-t$

$\to 4g^{-1}(t)=3-f^{-1}(2-t) \xrightarrow{t=4} 4g^{-1}(4)=3-f^{-1}(-2) \longrightarrow$ ۸

$\boxed{4g^{-1}(4)+f^{-1}(-2)=3}$

$y=\frac{5x-13}{1-x} \xrightarrow[\text{قرینه می‌کنیم}]{\text{تابع را نسبت به محور مختصات}} -y=\frac{-5x-13}{1+x} \to y=\frac{5x+13}{1+x} \xrightarrow[\text{راست}]{\text{دو واحد به}} \frac{5(x-2)+13}{1+(x-2)}=\frac{5x+3}{x-1}$

$\xrightarrow[\text{به پایین}]{\text{سه واحد}} \frac{5x+3}{x-1}-3=\frac{5x+3-3x+3}{x-1}=\frac{2x+6}{x-1}=f(x) \to f^{-1}(x) \to x=\frac{2y+6}{y-1} \to xy-x=2y+6$

$y(x-2)=6+x \to y=\frac{6+x}{x-2}=f^{-1}(x)$ ۹

$\frac{6+x}{x-2}=\frac{2x+6}{x-1} \xrightarrow[\text{x ها نباید ۱ و ۲ باشند}]{\text{معادله که}} x^2+5x-6=2x^2+2x-12 \to x^2-3x-6=0$

ریشه‌ها ۱ یا ۲ نیستند $\to S=\frac{-b}{a}=\frac{-(-3)}{1}=\boxed{3}$

$f(x)=x+4[x]\ ,\ g(x)=f^{-1}(x) \to$ همان قرینه نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم

$y=x+4[x] \xrightarrow{f^{-1}(x)} x=y+4[y] \longrightarrow y=x-4[y] \longrightarrow f^{-1}(x)=x-\frac{4}{5}[x]$ ۱۰

براکت گیری از طرفین

$\frac{[x]}{5}=[y]$ $\qquad f(x)-f^{-1}(x)=x+4[x]-x+\frac{4}{5}[x]=\boxed{\frac{24}{5}[x]}$