

$$f: y = 3x - 1, f^{-1}: y = \frac{3x+1}{3}$$

$$1) y = 0 \Rightarrow \frac{3x+1}{3} = 0 \Rightarrow 3x+1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow \left| \begin{array}{c} -\frac{1}{3} \\ 0 \end{array} \right.$$

$$2) x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3} \Rightarrow \left| \begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

$$S: \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{18}$$

1

$$الف) x^2 - 2x + 3 \Rightarrow k_s: -\frac{b}{2a}: \frac{y}{2} = 1$$

← این تابع در این دامنه یک به یک می باشد

$$y: (x-1)^2 + 2 \rightarrow \sqrt{x-2} + 1: y^{-1}$$

$$D_{y^{-1}}: [2, +\infty)$$

۱) x منهای ۱ شود
۲) x به علاوه ۱ شود
۳) x به توان ۲ رسیده
۴) x را جذری کنیم
۵) x را جذری کنیم
۶) x را جذری کنیم
۷) x را جذری کنیم
۸) x را جذری کنیم
۹) x را جذری کنیم
۱۰) x را جذری کنیم

$$ب) x^2 - 2x + 3 \Rightarrow k_s: -\frac{b}{2a}: \frac{y}{2} = 1$$

← تابع ما در دامنه تعریف شده یک به یک است

$$y^{-1}: \sqrt{x-2} + 1$$

$$D_{y^{-1}}: [2, +\infty)$$

2

$$f(x): 2x - \sqrt{14 - 4x(4-x)}$$

$$f(x): 2x - \sqrt{14 - 16x + 4x^2}$$

$$f(x): 2x - \sqrt{(2x-4)^2}$$

$$f(x): 2x - (2x-4)^*$$

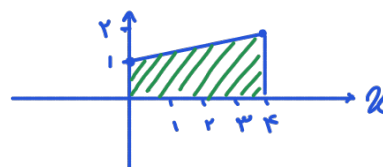
$$① \text{ حالت: } 2 \leq x \Rightarrow 2x - 4 \geq 0 \Rightarrow f(x): 2x - (2x-4): 4$$

$$② \text{ حالت: } x < 2 \Rightarrow 2x - 4 < 0 \Rightarrow f(x): 2x - (4-2x): 4x-4$$

داریم پذیرنی باشد: حالت ①

$$y: 4x-4, x \in (-\infty, 2]$$

$$y^{-1}: \frac{x+4}{4}, x \in (-\infty, 4]$$



$$\frac{3 \times 4}{4} = 3$$

3

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-5}}$$

$$y^2 = \frac{x^2}{x^2-5}$$

$$y^2 = \frac{x^2}{x^2-5} \Rightarrow x^2(y^2-1) = 5y^2 \Rightarrow x^2 = \frac{5y^2}{y^2-1} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}}$$

$$x = \sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} \Rightarrow y^{-1} = \sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$x = -\sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} \Rightarrow y^{-1} = -\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$x = \sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} \Rightarrow y^{-1} = \sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$x = -\sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} \Rightarrow y^{-1} = -\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$x = \sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} \Rightarrow y^{-1} = \sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$x = -\sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} \Rightarrow y^{-1} = -\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$x = \sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} \Rightarrow y^{-1} = \sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$x = -\sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} \Rightarrow y^{-1} = -\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

به ازای یک مقدار در مقدار مثبت برای x به وجود می آید ← تابع یک به یک نمی باشد

4

$$g(x): 2x^2 - 4x + K, x \geq 2$$

$$g(x): 2x^2 - 4x + K, x \geq 2$$

$$g(x): 2x^2 - 4x + K, x \geq 2$$

$$g(x): 2x^2 - 4x + K, x \geq 2$$

$$g(x): 2x^2 - 4x + K, x \geq 2$$

$$g(x): 2x^2 - 4x + K, x \geq 2$$

$$g(x): 2x^2 - 4x + K, x \geq 2$$

$$g(x): 2x^2 - 4x + K, x \geq 2$$

$$g(x): 2x^2 - 4x + K, x \geq 2$$

$g(x)$ یک به یک است ← در هر بازه تعریفی باید یک به یک باشد

$$g(2): 4 - 1 + K = K - 4$$

$$g(3): -4 + 12 + 3K = 3K + 8$$

$$K - 4 = 3K + 8$$

$$4K = -12 \Rightarrow K = -3$$

5

$$f(u): \begin{cases} ru+u: ru & u_1 \rightarrow y^{-1}: \frac{u}{r} \\ ru-u: ru & u_2 \rightarrow y^{-1}: \frac{u}{r} \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(u) \begin{cases} \frac{u}{r} & u_1 \\ \frac{u}{r} & u_2 \end{cases}$$

$$a|k+b|k| \xrightarrow{u_1} a|k+b|k: (a+b)k = \frac{k}{r} \Rightarrow a+b: \frac{1}{r}$$

$$ab: (\frac{r}{1})(-\frac{1}{1}): \frac{-r}{r}$$

$$u_2 \rightarrow a|k-b|k: (a-b)k: \frac{k}{r} \Rightarrow a-b: \frac{1}{r}$$

$$|k| = -k$$

$$ra: \frac{r}{r} + \frac{1}{r}: \frac{r}{r} \Rightarrow a: \frac{r}{1}$$

$$b: \frac{1}{r} - a: \frac{r}{1} - \frac{r}{1}: -\frac{1}{1}$$

$$f(u): \frac{ru+r}{u+m}$$

$$\Rightarrow 1 \cdot (r+m) = 1$$

$$r+m: 1 \rightarrow m: -1$$

$$\Rightarrow f(u): \frac{ru+r}{u-1}$$

$$f^{-1}: k$$

$$\Rightarrow f(r): \frac{1}{r+m}: 1$$

$$f^{-1}(u): \frac{u+r}{u-r}$$

$$y: k + \frac{u+r}{u-r} \xrightarrow{y:k} k: k + \frac{u+r}{u-r}$$

$$\frac{u+r}{u-r} = 0 \Rightarrow u: -r$$

$$f(r-ru): r-g(\frac{u}{r})$$

$$\Rightarrow f^{-1}(-r): r-r(g^{-1}(r)): r-rg^{-1}(r)$$

$$f^{-1}(-r): f(r-ru): -r$$

$$rg^{-1}(r) + f^{-1}(-r): rg^{-1}(r) + r - rg^{-1}(r)$$

$$r-g(\frac{u}{r}) = -r$$

$$\Rightarrow rg^{-1}(r) + f^{-1}(-r): r$$

$$\text{سبست} \left[\begin{array}{l} g(\frac{u}{r}) = r \\ g^{-1}(r) = \frac{u}{r} \end{array} \right]$$

$$rg^{-1}(r): u$$

$$y: \frac{\Delta u - 1r}{1-u} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به متغیرها}} -y: \frac{-\Delta u - 1r}{1+u} : y: \frac{\Delta u + 1r}{u+1} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به متغیرها}} y: \frac{\Delta u + r}{u-1}$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به متغیرها}} y: \frac{\Delta u + r}{u-1} - r \Rightarrow \frac{\Delta u + r - ru + r}{u-1} = \frac{ru + r}{u+1} : f$$

$$f^{-1}: \frac{-u+r}{u-r} \Rightarrow \frac{ru+r}{u+1} = \frac{-u+r}{u-r} \Rightarrow -ru^2 + \Delta u + r = ru^2 + ru - 1r$$

$$-ru^2 + ru + 1r = 0 \rightarrow u^2 - u - r = 0$$

$$(u+r)(u-r) \Rightarrow u: -r$$

$$f(u): u + f[u] \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به متغیرها}} f^{-1}(u): g(u) \rightarrow u = y + f[y] \rightarrow g(y) = u$$

$$1 \text{ حالت: } u: y + fy: \Delta y \Rightarrow g: \frac{u}{\Delta}$$

$$(f-g)(u): f(u) - g(u): (u + f[u]) - g(u)$$

$$2 \text{ حالت: } u: y + f[y]: [y] + \alpha + f[y]: \Delta[y] + \alpha$$

$$(f-g)(u): f[u] + f[\frac{u}{\Delta}]$$

$$\cdot \langle \alpha \rangle \xrightarrow{\quad} [y] = [\frac{u}{\Delta}] \Rightarrow g(u): u - f[\frac{u}{\Delta}]$$

امیرعلی جبرائیل
سپاس از لطافت شما