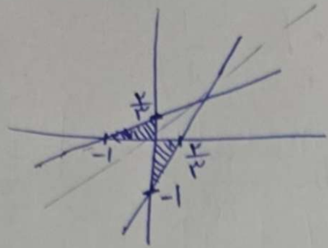
۱۴٫۵

نام و نام خانوادگی ......طاها حق‌جویی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۸.. کلاس ..دوازده پسر A..

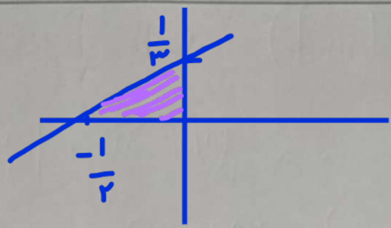
۵

۱



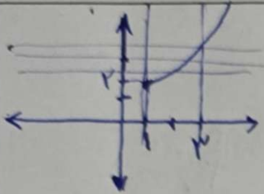
$y=\cancel{3x+1}$ $\frac{2}{3}x+1$

$S=\frac{\frac{2}{3}\times 1}{2}=\frac{1}{3}$



$S=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\boxed{\frac{1}{12}}$

۲



هر دو تابع یک به یک است ✓ → ضابطه معکوس هر دو: $y=(x-1)^2+2 \to y-2=(x-1)^2$

$\to \sqrt{y-2}+1=x \to y=\boxed{\sqrt{x-2}+1=f^{-1}(x)} \to x\geq 2$ (I)

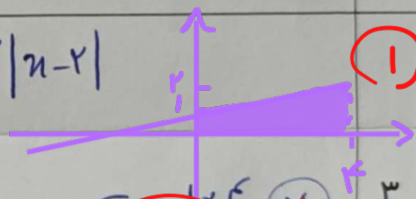
الف) $D_f=R_{f^{-1}} \to f^{-1}(x)=1 \to \sqrt{x-2}+1=1 \to x=2 \to D_{f^{-1}}=[2,+\infty)$ (I) ✓

ب) $f^{-1}(x)=3 \to \sqrt{x-2}+1=3 \to x=6 \to D_{f^{-1}}=[6,+\infty)$ (I) ✓

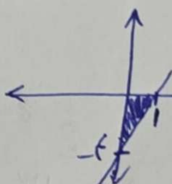
۳

۱

$f(x)=2x-\sqrt{16-16x+4x^2}=2x-2\sqrt{(x-2)^2}=2x-2|x-2|$



$=\begin{cases} x\geq 2: & 2x-2x+4=4 \\ x<2: & 2x+2x-4=4x-4 \end{cases}$ ✓ → وارون پذیر ✓ →



$S=\cancel{\frac{-1\times 4}{2}=2}$

$\frac{(1+2)4}{2}=\boxed{6}$

$f^{-1}(x)=\frac{x}{4}+1 \qquad D=(-\infty,4]$

۴

۱٫۷۵

$x^2-5>0 \to x<-\sqrt{5}$ یا $\sqrt{5}<x$ | $y_1=y_2 \to \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-5}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-5}} \to \frac{x_1^2}{x_1^2-5}=\frac{x_2^2}{x_2^2-5}$

$x_2^2x_1^2-5x_2^2=x_1^2x_2^2-5x_1^2 \to x_2^2=x_1^2 \to x_1=\pm x_2$! با توجه به دامنه یک به یک است ✓

$f^{-1}(x): y\sqrt{x^2-5}=x \to y^2(x^2-5)=x^2 \to y^2x^2-x^2=5y^2 \to x^2(y^2-1)=5y^2 \to x^2=\frac{5y^2}{y^2-1}$

$\to x=\pm\sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}} \to f^{-1}(x)=\pm\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}} \xrightarrow{x^2-1>0\to|x|>1} f^{-1}(x)=\begin{cases}\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}} & x>1 \\ \cancel{-\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}} \quad x<-1} \end{cases}$ ✓

فقط حالت + قابل قبوله چون x و y باید هم علامت باشند!

۵

۲

$x=2 \to y_1=4-8+k \to y_1=k-4$

$x=2 \to y_2=-4+12+3k \to y_2=3k+8$

$y_1\geq y_2 \to k-4\geq 3k+8$

$\to -12\geq 2k \to \boxed{-6\geq k}$

دقت!

$y=3x+\lvert x\rvert \to y^2=9x^2+x^2+6x\lvert x\rvert \to f(x)=\begin{cases}4x & x\geq 0\\ 2x & x<0\end{cases} \to g(x)=\begin{cases}\frac{x}{4} & x\geq 0\\ \frac{x}{2} & x<0\end{cases}$ $=\begin{cases}(a+b)x & x\geq 0\\ (a-b)x & x<0\end{cases} \to \begin{matrix}a+b=\frac{1}{4}\\ a-b=\frac{1}{2}\end{matrix} \to 2a=\frac{3}{4} \to \boxed{a=\frac{3}{8}} , \boxed{b=-\frac{1}{8}}$ $ab=-\frac{3}{64}$	۲	۶
$f(2)=10 \to \frac{6+4}{2+m}=10 \to -20-10m=10 \to m=-3 \to f(x)=\frac{3x+4}{x-3} \xrightarrow{x\neq 3} f=f^{-1}$ $\to \cancel{f^{-1}\circ f(x)}+f^{-1}(x)$ $\cancel{x} + f(x)=\cancel{x} \to f(x)=0 \to \frac{3x+4}{x-3}=0 \to \boxed{x=-\frac{4}{3}}$	۲	۷
$f(3-2x)=t \xrightarrow[f^{-1}]{\text{از دو طرف}} 3-2x=f^{-1}(t) \to x=\frac{3-f^{-1}(t)}{2}$ $g(\frac{x}{2})=2-t \xrightarrow[g^{-1}]{\text{از دو طرف}} \frac{x}{2}=g^{-1}(2-t) \to x=2g^{-1}(2-t)$ $\frac{3-f^{-1}(t)}{2}=2g^{-1}(2-t) \xrightarrow{t=-2} 3-f^{-1}(-2)=4g^{-1}(4) \xrightarrow{\text{جواب}} \boxed{3}$	۰	۸
$\xrightarrow{\text{قرینه به مبدا}} -\frac{-5x-13}{1+x}=\frac{5x+13}{1+x} \xrightarrow[\text{راست}]{\text{۲ واحد به}} \frac{5(x-2)+13}{(x-2)+1}=\frac{5x+3}{x-1} \xrightarrow[\text{پایین}]{\text{۳ واحد}}$ $\frac{5x+3}{x-1}-3=\boxed{\frac{2x+6}{x-1}=f(x)}$ $f(x)=f^{-1}(x)$ $f^{-1}(x): y=\frac{2x+6}{x-1} \to yx-y=2x+6$ $\to yx-2x=6+y \to \boxed{f^{-1}(x)=\frac{x+6}{x-2}}$ $\frac{2x+6}{x-1}=\frac{x+6}{x-2} \to x^2-3x-6=0$ $\to x_1+x_2=3$	۲	۹
$f^{-1}(x): x=y+4[y] \to y=x-4[y] \to [x]=[y+4[y]]=\cancel{[5y]}\ 5[y]$ دقت! $\to [y]=[\frac{x}{5}] \to f^{-1}(x)=x-4[\frac{x}{5}]=g(x) \to (f-g)(x)=x+4[x]-x+4[\frac{x}{5}]$ $=4([x]+[\frac{\cancel{x}\ [x]}{5}])$	۱/۷۵	۱۰