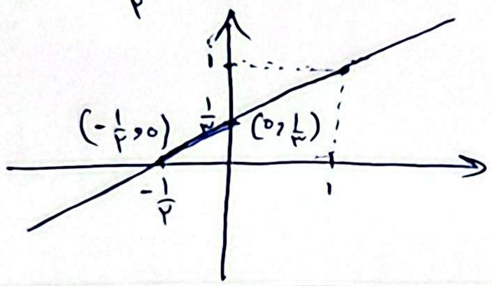
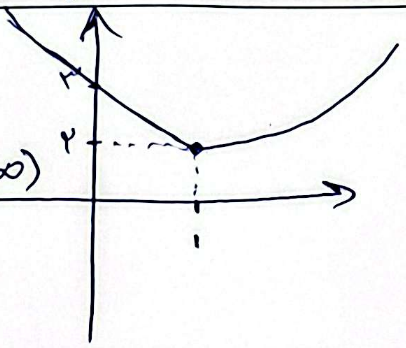
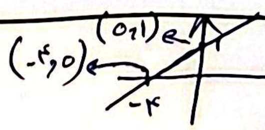
نام و نام خانوادگی: محمد پارسا آجودانی ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۵ ..... کلاس ....

۱	$y=\frac{3x-1}{2} \longrightarrow f^{-1}(x) = x=\frac{3y-1}{2} \longrightarrow y=\frac{2x+1}{3}$  $S=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}{2}=\frac{\frac{1}{6}}{2}=\boxed{\frac{1}{12}}$
۲	$y=(x-1)^2+2$ $D_f=R$ $R_f=[2,+\infty)$  الف) یک به یک هست ← $f^{-1}(x)= x=(y-1)^2+2 = y=\sqrt{x-2}+1$ $D_{f^{-1}} = x\in[2,+\infty)$ ب) یک به یک هست ← $f^{-1}(x)=y=\sqrt{x-2}+1$ $D_{f^{-1}}=[6,+\infty)$
۵	if $x=2 \longrightarrow 4-8+k=k-4 \quad x\geq 2 \longrightarrow R_f=[k-4,\infty)$ if $x=2 \longrightarrow -4+12+3k=8+3k \quad x<2 \longrightarrow R_f=(-\infty,8+3k)$ حالت ① $\longrightarrow k-4=8+3k \longrightarrow k=-6$ حالت ② $\longrightarrow k-4>8+3k \longrightarrow k<-6$ $\Big\} \longleftrightarrow k\leq -6$ حالت ③ $\longrightarrow k-4<8+3k \longrightarrow k>-6$ ✗
۴	$x^2-5\geq 0 \longrightarrow \lvert x\rvert\geq\sqrt{5} \longrightarrow D=(-\infty,-\sqrt{5}]\cup[\sqrt{5},+\infty)$ $R_f=(-\infty,-1)\cup(1,\infty) \longrightarrow$ تابع یک به یک است $f^{-1}(x)= x=\frac{y}{\sqrt{y^2-5}} \Longrightarrow y=\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}} \longrightarrow \frac{x\sqrt{5}}{\sqrt{x^2-1}} \to \lvert x\rvert> 1$
۳	$16-4x(4-x)=16-16x+4x^2=4(x^2-4x+4)=4(x-2)^2$ $f(x)=2x-2\lvert x-2\rvert$ → $x\leq 2 \longrightarrow f(x)=4(x-1)$; $x\geq 2 \longrightarrow f(x)=4$ ✗ تابع در بازه $[-\infty,2]$ وارون پذیر است $f^{-1}(x) = x=4(y-1) \to y=\frac{x}{4}+1 \quad x\in(-\infty,4]$



$\longrightarrow S=\frac{1\times 4}{2}=2$ تابع محورها را در xهای منفی قطع می‌کند برای همین سوال قطعه.

۲ تا سوال را جابجا نوشتم

$۳x+\lvert x\rvert \to \text{if } x=1 \to y=۴ \to g(۴)=1 \to ۴(a+b)=1$ $\to \text{if } x=-1 \to y=-۲ \to g(-۲)=-1 \to ۲(b-a)=-1 \quad a+b=\frac{1}{۴}$ $b-a=-\frac{1}{۲}$ $a+b=\frac{1}{۴}$ $+\ -a+b=-\frac{1}{۲}$ $\to ۲b=-\frac{1}{۴} \to b=-\frac{1}{۸},\ a=\frac{۳}{۸} \to \boxed{ab=\frac{-۳}{۶۴}}$	۶
$f(۲)=-10 \to \frac{10}{۲+m}=-10 \to m=-۳ \to f(x)=y=\frac{۳x+۴}{x-۳}$ $f^{-1}(x)=x=\frac{۳y+۴}{y-۳} \to x(y-۳)=۳y+۴ \to xy-۳y=۳x+۴ \to$ $\to y(x-۳)=۳x+۴ \to \boxed{y=\frac{۳x+۴}{x-۳}} \to f(f^{-1}(x))=x \qquad \boxed{x=-\frac{۴}{۳}}$ $x=x+f^{-1}(x) \to \frac{۳x+۴}{x-۳}=0$	۷
$۳-۲x=t \to \frac{۳-t}{۲}=x \to \frac{x}{۲}=\frac{۳-t}{۴} \to f(t)=۲-g\left(\frac{۳-t}{۴}\right)$ $g\left(\frac{۳-t}{۴}\right)=۲-f(t) \to g(t)=۲-f(۳-۴t) \to g(x)=۲-f(۳-۴x)$ $\xrightarrow{\text{وارون گرفتن}} g^{-1}(y)=\frac{۳-f^{-1}(۲-y)}{۴} \xrightarrow{y=۴} g^{-1}(۴)=\frac{۳-f^{-1}(۲-۴)}{۴}$ $۴g^{-1}(۴)+f^{-1}(-۲)=۴\times\left(\frac{۳-f^{-1}(-۲)}{۴}\right)+f^{-1}(-۲)=۳$	۸
$f(x)=y=-\frac{۵(-x)+1۳}{1-(-x)}=\frac{۵x+1۳}{1+x} \to \frac{۵(x-۲)+1۳}{(x-۲)+1}-۳=$ ___ $\to f(x)=\frac{۲(x+۳)}{x-1}$ $f^{-1}(x)=x=\frac{۲(y+۳)}{y-1} \to y=\frac{x+۶}{x-۲}$ $\frac{۲x+۶}{x-1}=\frac{x+۶}{x-۲} \to x=\frac{۳\pm\sqrt{۳۳}}{۲}$ $\frac{۳+\sqrt{۳۳}+۳-\sqrt{۳۳}}{۲}=\frac{۶}{۲}=۳$	۹
$f(x)=x+۴[x] \to g(x)=x-۴\left[\frac{x}{۵}\right]$ $f(x)-g(x)=\cancel{x}+۴[x]-\cancel{x}+۴\left[\frac{x}{۵}\right]=$ $\boxed{۴[x]+۴\left[\frac{x}{۵}\right]}$	1۰