

(الف) $f \circ f^{-1}(x) = x \quad (x \in D_{f^{-1}}) = 2x - \frac{3}{2}$
 (ب) با توجه به شکل f و از آنجایی که f و f^{-1} می‌توانند
 در $y=x$ تقاطع کنند $\Rightarrow x = \frac{3}{2}$
 $D_{f^{-1}} = R_f = \dots \cup [-2, -1) \cup [0, 1) \cup [2, 3) \cup \dots$
 $\frac{3}{2} \notin D_{f^{-1}}$ معادله جوابی ندارد
 بنا بر این بی‌شمار بار پدید می‌آید
 با قطع می‌آیند
 $x + [x]$

از آنجایی که مجانب افقی و عمودی روی نیمه اول و سوم متقاطع اند شایع و وارویش
 یکسان اند: (با توجه به شکل)

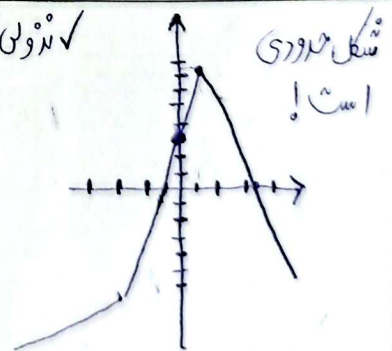
$\Rightarrow f \circ f(\sqrt{6} + 5) = f \circ f^{-1}(5 - \sqrt{6}) = 5 - \sqrt{6}$

محل تقاطع f با وارویش $y=x$ واقع است پس:

$x = \frac{mx + \frac{3}{2}}{x + (m + \frac{3}{2})} \Rightarrow x^2 + m(x + \frac{3}{2}) = m(x + \frac{3}{2}) \Rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = -\frac{3}{2} = \alpha + \beta \\ P = -\frac{3}{2} = \alpha\beta \end{cases}$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}} = 1$

$\Rightarrow f(x) = |2x + 5| - |5x - 2| \begin{cases} -3x + 7 & x > 4 \sqrt{5} \\ \sqrt{5}x + 3 & -\frac{1}{5} < x < \frac{1}{5} \\ 3x - 7 & x < -\frac{1}{5} \end{cases}$
 $\Rightarrow f(x) = 3x + 7 \rightarrow x = \frac{y-7}{3}$
 $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{y-7}{3}, D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, 0, 1]$



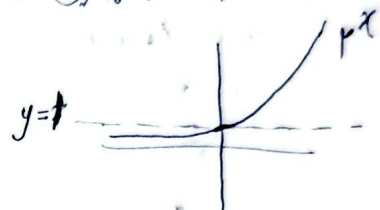
$g(x) = t \rightarrow f(3x) = \frac{t+1}{3} \rightarrow 3x = f^{-1}\left(\frac{t+1}{3}\right) \rightarrow x = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{t+1}{3}\right)$
 $\rightarrow g^{-1}(x) = g^{-1}\left(\frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{t+1}{3}\right)\right)$

$$f(x) = x + 2\sqrt{x} = (\sqrt{x+1})^2 - 1 \Rightarrow \pm\sqrt{y+1} - 1 = \sqrt{x} \Rightarrow x = y - 2\sqrt{y+1} + 2$$

$$f^{-1}(x) = x - 2\sqrt{x+1} + 2, \quad D_{f^{-1}} = R_f = [0, +\infty)$$

تابع $y = x - 1 + 2^x$ از مجموع ۲ تابع اکیداً صعودی 2^x و $x-1$ حاصل شده پس خود و وارونش
صعودی اکیداً بنا بر این می توانیم گفت طبع تابع را با وارونش می سبب کنیم:

$$x' = x - 1 + 2^x \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0$$



$$\Rightarrow f^{-1}(x) \geq x \xrightarrow[\text{صعودی اکید!}]{f^{-1} \circ f} x(x \in D_{f^{-1}}) \geq f(x) \rightarrow x \geq x^3 + 4x$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = R$$

$$\rightarrow 0 \geq x(x^2 + 4) \rightarrow \frac{0}{-\infty} \rightarrow x \in (-\infty, 0] \rightarrow \text{نقطه صفر است}$$

$$f(x) = y = -x + \sqrt{x+2} \xrightarrow{\text{وارون}} x = -y + \sqrt{y+2} \xrightarrow{\text{مربع و ۲}} x+2 = -y + \sqrt{y+2} \xrightarrow{\text{مربع}} x+2 = -y + \sqrt{y+2}$$

$$y = x - 2 \Rightarrow x + 2 = -(x-2) + \sqrt{x-2+2} \rightarrow x+2 = -x+2 + \sqrt{x} \rightarrow 2x = \sqrt{x} \rightarrow 4x^2 = x \rightarrow x(4x-1) = 0 \rightarrow x = 0, \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow 4x^2 + 2x + 1 = x + 1 \rightarrow 4x^2 + x = 0 \rightarrow x(4x+1) = 0 \rightarrow x = 0, -\frac{1}{4}$$

تابع $\sqrt{x} + y = 2$ تابعی است که خود و وارونش با یکدیگر برابرند:

$$f \circ f(x) = f^{-1} \circ f(x) = x, (x \in D_f = [0, 4])$$

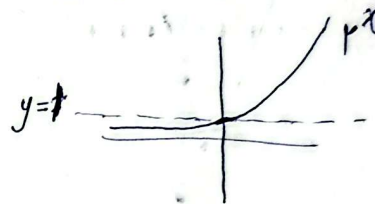


$$f(x) = x + 2\sqrt{x} = (\sqrt{x+1})^2 - 1 \Rightarrow \pm\sqrt{y+1} - 1 = \sqrt{x} \Rightarrow x = y - 2\sqrt{y+1} + 2$$

$$f^{-1}(x) = x - 2\sqrt{x+1} + 2, \quad D_{f^{-1}} = R_f = [0, +\infty)$$

تابع $y = x - 1 + 2^x$ از جمع ۲ تابع اکیداً صعودی 2^x و $x-1$ حاصل شده پس خود و وارونش صعودی اکیدند بنابراین می توانیم تقاطع تابع را با وارونش مساوی کنیم:

$$x = x - 1 + 2^x \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0$$



$$\Rightarrow f^{-1}(x) \geq x \xrightarrow[\text{لغزوی اکید!}]{f^{-1} \circ f} x (x \in D_{f^{-1}}) \geq f(x) \rightarrow x \geq x^3 + 4x$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = R$$

$$\rightarrow 0 \geq x(x^3 + 4) \rightarrow \frac{0}{-\infty} \rightarrow x \in (-\infty, 0] \rightarrow \text{نقطه عدد صحیح نامنتی لغز است}$$

$$f(x) = y = -x + \sqrt{x+2} \xrightarrow{\text{وارون}} x = -y + \sqrt{y+2} \xrightarrow{\text{چپ و راست}} x+2 = -y + \sqrt{y+2}$$

$$y = x - 3 \Rightarrow x + 4 = -(x - 3) + \sqrt{x - 3 + 4} \rightarrow x + 4 = -x + 3 + \sqrt{x+1} \rightarrow 2x + 1 = \sqrt{x+1}$$

$$\rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = x + 1 \rightarrow 4x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(4x + 3) = 0 \rightarrow x = 0, -\frac{3}{4}$$

تابع $\sqrt{x+2} + y = 2$ تابعی است که خود و وارونش با یکدیگر برابرند:

$$f \circ f(x) = f^{-1} \circ f(x) = x, \quad (x \in D_f = [0, 4])$$

