۲۵ عالی نوشتی

نام و نام خانوادگی ...آترین جلیلی..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..11.. کلاس ..دوازدهم تجربی...

۱ (۲)

الف) $y = x+[x] \xrightarrow{f^{-1}} x = y+[y]$, $[x]=[y+[y]] \to [x]=2[y]$, $[y]=\frac{[x]}{2} \xrightarrow{x=y+[y]} y = x-\frac{[x]}{2} = f^{-1}(x)$

$\Rightarrow f=f^{-1} \Rightarrow x+[x]=x-\frac{[x]}{2} \Rightarrow 3[x]=0 \Rightarrow [x]=0 \Rightarrow \boxed{0\le x<1}$ بی نهایت هم را قطع می کنند

ب) $fof^{-1}(x)=2x-\frac{3}{2} \Rightarrow 2x-\frac{3}{2}=x \to x=\frac{3}{2}$ جزو R_f نیست

$fof^{-1}(x)=x,\ x\in R_f \quad R_f=[0,1)\cup[2,3),\dots$ پس جواب ندارد

۲ (۲)

مجانب قائم ، $x=\frac{-b}{4}$

مجانب افقی ، $y=\frac{a}{4}$ $\Rightarrow -\frac{b}{4}=\frac{a}{4} \Rightarrow a=-b \Rightarrow f(x)=\frac{ax+3}{4x-a}$

$f(f(x))=x$ برای تابع هموگرافیک $\Rightarrow f(f(5-\sqrt{6}))=5-\sqrt{6}$, $(5-\sqrt{6}\ne\frac{a}{4}\ ,\ f(5-\sqrt{6})\ne\frac{a}{4})$

۳ (۲)

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{S}{P}$ $\quad f(x)=\frac{mx+3}{x+m+3} \Rightarrow yx+ym+3y=mx+3 \Rightarrow x=\frac{3-3y-ym}{(y-m)}$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{3(1-x)-xm}{x-m} \Rightarrow f(x)=f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{mx+3}{x+m+3}=\frac{3-3x-xm}{x-m}$

$\Rightarrow x^2(2m+3)+x(4m+9)-(4m+9)=0$

$\Rightarrow \frac{S}{P}=\frac{\frac{-4m-9}{2m+3}}{\frac{-4m-9}{2m+3}}=\boxed{1}$

۴ (۲)

$f(x)=|2x+5|-|5x-2|$

نزولی است

$f(x)=\begin{cases}-3x+7 & x\ge\frac{2}{5} \\ 7x+3 & -\frac{5}{2}<x<\frac{2}{5} \\ 3x-7 & x\le-\frac{5}{2}\end{cases}$ $\Rightarrow y=-3x+7 \Rightarrow 3x=7-y \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{7-x}{3}$

$D_{f^{-1}}=(-\infty,\frac{29}{5}]$

۵ (۲)

$y=g(x)=2f(3x)-1$ $\qquad \frac{x+b}{c}=\frac{x+1}{2} \Rightarrow b=1,\ c=2$

$\Rightarrow y+1=2f(3x)$ $\qquad \frac{ac+d}{2b}=\frac{\frac{1}{3}(2)}{2}=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow \frac{y+1}{2}=f(3x)$

$\xrightarrow[f^{-1}]{\text{معکوس}} 3x=f^{-1}(\frac{y+1}{2}) \Rightarrow x=\frac{1}{3}f^{-1}(\frac{y+1}{2}) \xrightarrow{g^{-1}(x)=af^{-1}(\frac{x+b}{c})+d} a=\frac{1}{3}\ ,\ d=0$

۶ — ۲

$f(x) = x + 2\sqrt{x}$ $\quad D_f = [0, +\infty)$

$R_f = [0, +\infty)$

$y = x + 2\sqrt{x} = (\sqrt{x}+1)^2 - 1 \rightarrow \sqrt{y+1} = \sqrt{x} + 1 \rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y+1} - 1$

$\rightarrow x = y + 1 - 2\sqrt{y+1} + 1 \rightarrow f^{-1}(x) = y = x + 2 - 2\sqrt{x+1}$ $\quad D_{f^{-1}} = R_f = [0, +\infty)$

۷ — ۲

$y = x - 1 + 2^x$ چون تابع اکیداً صعودی است محل برخوردش را با خط $y=x$ می‌یابیم

$y = x - 1 + 2^x = x \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0$

۸ — ۲

$f(x) = x^3 + 4x$

اکیداً صعودی است

$f^{-1}(x) - x \geq 0 \rightarrow f^{-1}(x) \geq x \xrightarrow{f} x \geq f(x) \rightarrow x \geq x^3 + 4x \rightarrow x(x^2+3) \leq 0$

$\rightarrow \boxed{x \leq 0}$

پس فقط شامل یک عدد صحیح نامنفی یعنی صفر می‌شود

۹ — ۲

$f(x) = -x + \sqrt{x+4}$ $\quad D_f = [-4, +\infty)$

$R_f = (-\infty, 4]$

$\xrightarrow[\text{۴ واحد به چپ}]{\text{قرینه نسبت به } y=x}$ $f^{-1}(x+4) = x - 3 = g(x) \rightarrow f(x-3) = x + 4$

$\rightarrow -x + 3 + \sqrt{x+1} = x + 4 \rightarrow 2x + 1 = \sqrt{x+1} \rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = x + 1$

$\rightarrow 4x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(4x+3) = 0 \rightarrow x = \begin{cases} -\frac{3}{4} & \text{غ ق ق} \\ 0 & \checkmark \end{cases} \rightarrow \boxed{x = 0}$ یک برخورد دارد

۱۰ — ۲

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \rightarrow \sqrt{y} = 2 - \sqrt{x} \rightarrow 2 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x} \leq 2 \rightarrow \underline{0 \leq x \leq 4}$

$\hookrightarrow f(x) = (2 - \sqrt{x})^2$

$fof(x) = (2 - \sqrt{f(x)})^2 = (2 - \sqrt{(2-\sqrt{x})^2})^2 = (2 - |\underbrace{2-\sqrt{x}}_{+}|)^2 = (2 - (2 - \sqrt{x}))^2 = (\sqrt{x})^2 = x$

$f(x) = f^{-1}(x)$ چون جای x و y تعویض‌پذیر است پس

$\rightarrow fof(x) = fof^{-1}(x) = x$