

الف) $f^{-1} \Rightarrow y = x + \frac{[y]}{2} \rightarrow [y] = [x] + [x] \Rightarrow [y] = 2[x] \Rightarrow \frac{[y]}{2} = [x]$
 مثال: $y = x + \frac{[y]}{2} \Rightarrow x = y - \frac{[y]}{2} \xrightarrow{\text{عکس}} f^{-1}(x) = x - \frac{[x]}{2}$
 $f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow x + \frac{[x]}{2} = x - \frac{[x]}{2} \Rightarrow [x] + \frac{[x]}{2} = 0$ حاصل بازه (از) $[x]$ منهای نصف خودش
 $\Rightarrow x = 2x - \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$
 ب) $\frac{3}{2}$ عنصر دایره نیست پس چهار احتمال دارد

$Ex + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}, y = \frac{d}{a} \Rightarrow \frac{d}{a} = -\frac{b}{a} \Rightarrow a = -b$
 $y = \frac{ax+3}{Ex-d} \rightarrow f(f(x)) = \frac{a\left(\frac{ax+3}{Ex-d}\right) + 3}{\frac{ax+3}{Ex-d} - d} = \frac{a^2x + 3a + 3(Ex-d)}{Ex-d}$
 $f(f(x)) = \frac{(a^2+3)X}{a^2+3} = X$ حاصل $a^2+3=0$
 $a^2 = -3$ صورت $\frac{Ex-d}{(a^2+3)X}$ وخرج $\frac{a^2+3}{Ex-d}$

$\frac{mx+3}{x+m+3} = x \rightarrow mx+3 = x(x+m+3) \Rightarrow mx+3 = x^2 + mx + 3x$
 $\Rightarrow x^2 + 3x - 3 = 0, \begin{cases} a+b = -3 \\ ab = -3 \end{cases}$
 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{-3}{-3} = 1$

$f(x) = \sqrt{(2x+5)^2} - \sqrt{(5x-2)^2} \Rightarrow f(x) = |2x+5| - |5x-2|$
 $3x+3 \mid \sqrt{2x+5} \mid \sqrt{5x-2}$
 $y = -3x+7 \Rightarrow y-7 = -3x \Rightarrow x = \frac{7-y}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x+7}{3}$
 بازه فردی

$g(x) = 2f\left(\frac{x+1}{2}\right) - 1 \Rightarrow \frac{y+1}{2} = f\left(\frac{x+1}{2}\right) \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) = \frac{x+1}{2}$
 $\Rightarrow x = \frac{1}{2} f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{2} f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$
 $a = \frac{1}{2}, b = 1, c = 2, d = 0 \Rightarrow \frac{ac+b}{2b} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 + 1}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$

$$y = x + 2\sqrt{x} \Rightarrow y = (\sqrt{x+1})^2 - 1 \Rightarrow y+1 = (\sqrt{x+1})^2 \Rightarrow \sqrt{y+1} - 1 = \sqrt{x}$$

توان ۲ $\xrightarrow{\text{مکوس}} y+1+1-2\sqrt{y+1}=x \xrightarrow{\text{مکوس}} y = x+2-2\sqrt{x+1}$

$$Df^{-1}(x) = Rf(x) = [0, +\infty)$$

۶

تابع معکوس است $\Leftarrow$ روی بنیاز نامعکوس اول و دوم نمودار را قطع می کند

$$x = x-1+2x \Rightarrow 1=2x \Rightarrow x=0$$

حفظ در یک نقطه : قطع می کند

۷

چون تابع $f(x)$ معکوس است، ما حاصل $f^{-1}(x) \geq x$ را می خواهیم و تابع معکوسش است $y=x$ معکوس آن است $\Leftarrow$ باید حاصل $f(x) \leq x$ را در بیابیم $\Leftarrow$ چرنگل نیز همین مورد را اشاره کرده (تابع زوج)



$$f^{-1}(x) \geq x \rightarrow f(x) \leq x \rightarrow x^3 + 4x \leq x$$

$$\left. \begin{aligned} x^3 + 4x &\leq 0 \\ x(x^2 + 4) &\leq 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x \in [-2, 0]$$

اعداد صحیح منفی (صفر) را شامل می شود

۸

$$f(x) = \sqrt{x+2} - x \xrightarrow{\text{عکس}} g(x) = f^{-1}(x+4) \text{ و } y = x-3$$

$$\Rightarrow g(x) = f^{-1}(x+4) = y \Rightarrow f(y) = x+4, \text{ و } \underline{y = x-3}$$

$$f(x-3) = x+4 \Rightarrow x+4 = \sqrt{x-3+2} - x+3 \Rightarrow x+4 = \sqrt{x-1} - x+3$$

$$\Rightarrow 2x+1 = \sqrt{x+1} \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = x+1 \Rightarrow 4x^2 + 3x = 0$$

$$\Rightarrow x(4x+3) = 0 \Rightarrow x=0, x = -\frac{3}{4}$$

۹

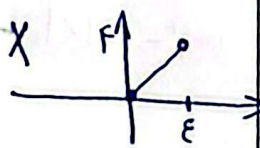
$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 - \sqrt{y} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x = y - 4\sqrt{y} + 4 \xrightarrow{\text{عکس}}$$

$$y = x - 4\sqrt{x} + 4 \rightarrow f(f(x)) = f(x) - 4\sqrt{f(x)} + 4$$

$$\sqrt{f(x)} = 2 - \sqrt{x} \Rightarrow f(f(x)) = 4 - 4(2 - \sqrt{x}) + 4 - 4\sqrt{x} + x$$

$$= 4 - 4 + 4\sqrt{x} + 4 - 4\sqrt{x} + x = x \quad f(f(x)) = x$$

$$Df = Rf = [0, 4]$$



۱۰