۱- حسین شهبازی

$f(x)=x+[x]$

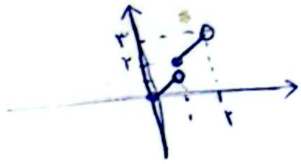
$f^{-1}(x)=x-\frac{1}{2}[x]$

$x+[x]=x-\frac{1}{2}[x]$

$[x]=-\frac{1}{2}[x] \qquad [x]\left(\cancel{1+\frac{1}{2}}\right)=0$ $\quad \frac{3}{2}$

$\boxed{[x]=0}$

$\{x\in[0,1)\}$



$fof^{-1}=2x-\frac{3}{2}$

$D_{f^{-1}}=R_f$

$2x-\frac{3}{2}=x \qquad x=\frac{3}{2}$

$x=\frac{3}{2}$ غ ق ق

$R_f=[0,1)\cup[2,3)\cup\ldots$

$R_f\neq\frac{3}{2}$

-۲

$y=\frac{ax+3}{4x+b} \qquad a=b \Longrightarrow fof(x)=fof^{-1}(x)=x$

$fof(5-\sqrt{6})=5-\sqrt{6}$

نیمساز ۱و۳ $=y=x$

$f^{-1}(x)=f(x)\Longrightarrow\frac{ax+3}{4x+b}=\frac{bx+3}{4x+a}\Longrightarrow a=b$

$f(x)=\frac{mx+3}{x+m+3} \qquad \frac{mx+3}{x+m+3}=x \qquad \cancel{mx}+3=x^2+\cancel{mx}+3x$

$x^2+3x-3=0$

$x^2+3x-3=0 \qquad \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\Rightarrow\frac{-3\pm\sqrt{21}}{2}$

$\Delta=b^2-4ac\Rightarrow 9-4(1)(-3)=21$

$\alpha:\frac{\sqrt{21}-3}{2}\longrightarrow\frac{1}{\alpha}=\frac{2}{\sqrt{21}-3}\times\frac{\sqrt{21}+3}{\sqrt{21}+3}=\frac{2(\sqrt{21}+3)}{21-9}$ $\quad 12$

$\beta:-\frac{\sqrt{21}+3}{2}\longrightarrow\frac{-2}{\sqrt{21}+3}\times\frac{\sqrt{21}-3}{\sqrt{21}-3}=\frac{-2(\sqrt{21}-3)}{12}$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\sqrt{21}-3}{6}+\frac{3-\sqrt{21}}{6}=0$

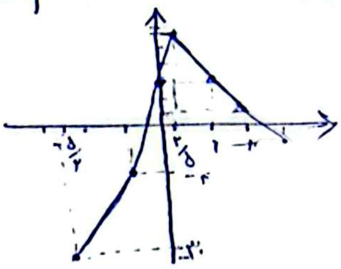
-۴

$$f(x)=\sqrt{(2x+5)^2}-\sqrt{(5x-2)^2}=|2x+5|-|5x-2|$$

$-\frac{5}{2}$		$\frac{2}{5}$	
$3x-7$	$7x+3$		$-3x+7$

در بازه نزولی $f(x)=-3x+7$

$$\boxed{f^{-1}(x)=-\frac{x-7}{3}\ ,\quad x\geq \frac{2}{5}}$$



-۵

$f(x)\longrightarrow$ وارون پذیر

$g(x)=2f(3x)-1$

$f(3x)=\dfrac{g(x)+1}{2}$

$g^{-1}(x)=af^{-1}\left(\dfrac{x+b}{c}\right)+d$

$f^{-1}\left(\dfrac{x+b}{c}\right)=\dfrac{g^{-1}(x)-d}{a}$

$f^{-1}\left(\dfrac{g(x)+1}{2}\right)=3x \Longrightarrow f^{-1}(f(3x))=3x$

$f(3x)=\dfrac{g(x)+1}{2}$ $\quad b=1,\ c=2$

$\cancel{g^{-1}(g(x))}=af^{-1}\left(\dfrac{g(x)+b}{c}\right)+d$ $\qquad \dfrac{g(x)+b}{c}=f(3x)$

$x=a(3x)+d$ $\qquad d=0,\ a=\frac{1}{3}$ $\qquad \dfrac{ac+d}{2b}\Rightarrow \boxed{\dfrac{\frac{1}{3}\times 2+0}{2}=\frac{1}{3}}$

-۶

$f(x)=x+2\sqrt{x}$

$f(x)=(\sqrt{x}+1)^2-1$

$f^{-1}(x)=(\sqrt{x+1}-1)^2$

$R_f=[0,+\infty)$

$D_{f^{-1}}: x\in D_{f^{-1}},\ f^{-1}\in D_f : \{x\in[-1,+\infty)\}$

-۷

$y = x - ۱ + ۲^x \longrightarrow ۲^x + x - ۱$

چون آلیا عددی معکوس
خود را در نیمساز ۱ و ۳ می زند

$۲^x + x - ۱ = x$

$۲^x - ۱ = ۰ \quad ۲^x = ۱ \Rightarrow \boxed{x = ۰}$

$y' = x۲^{x-۱} + ۱ \xrightarrow{x=۰} y' = ۱$ شیب تابع

$f^{-۱}$ شیب $= -۱$

-۸

$f(x) = x^۳ + ۴x$

$y = \sqrt{f^{-۱}(x) - x} \qquad f^{-۱}(x) \geq x \qquad \cancel{f}(f^{-۱}(x)) \geq f(x)$

$x \geq x^۳ + ۴x \qquad x^۳ + ۴x \leq x \qquad x^۳ + ۳x \leq ۰$

$x(x^۲ + ۳) \leq ۰$

		۰
x	$-$	$+$
$x^۲+۳$	$+$	$+$
$f^{-۱}(x)$	$-$	$+$

$D_{f^{-۱}} = (-\infty, ۰]$

$\{x \in (-\infty, ۰], x \notin R^-\} \Rightarrow x = \{۰\}$

۱ عدد

-۹

$f(x) = -x + \sqrt{x+۴}$

$-x - ۴ + \sqrt{x+۴} + ۴ \Rightarrow -(x+۴) + \sqrt{x+۴} + ۴ \rightarrow -t^۲ + \sqrt{t} + ۴$

$y = -t^۲ + \sqrt{t} + ۴ \qquad t^۲ + \sqrt{t} - ۴ \qquad y = (t + \frac{۱}{۲})^۲ - \frac{۱۷}{۴} \qquad g(x) = (\sqrt{x + \frac{۱۷}{۴}} - \frac{۱}{۲})^۲ - ۴$

$y = (\sqrt{x+۴} + \frac{۱}{۲})^۲ - \frac{۱۷}{۴} \qquad x = (\sqrt{y + \frac{۱۷}{۴}} - \frac{۱}{۲})^۲ - ۴$

$(\sqrt{x + \frac{۱۷}{۴}} - \frac{۱}{۲})^۲ - ۴ = x - ۳ \qquad (\sqrt{x + \frac{۱۷}{۴}} - \frac{۱}{۲}) = \sqrt{x+۱} \qquad \sqrt{x + \frac{۱۷}{۴}} = \sqrt{x+۱} + \frac{۱}{۲}$

$\cancel{x} + \frac{۱۷}{۴} = \underbrace{\cancel{x} + \cancel{۱} + \cancel{\frac{۱}{۴}}}_{\frac{۵}{۴}} + \sqrt{x+۱} \qquad \sqrt{x+۱} = ۳ \qquad x + ۱ = ۹ \quad \boxed{x = ۸}$

$\{x \in D_{g(x)}, g(x) \in D_f\}$

۱۰-

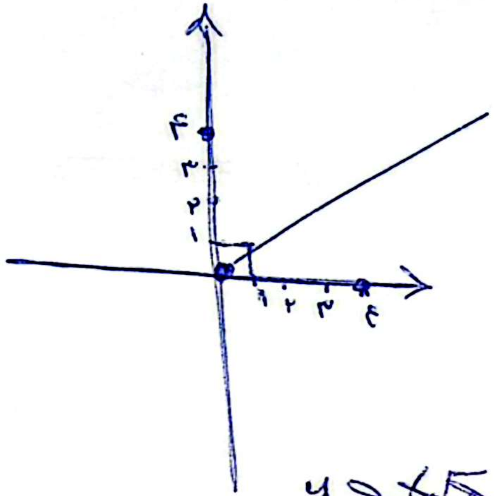
$\sqrt{x}+\sqrt{y}=۲$ تابع وارون پذیر است

$f \circ f(x) - f \circ f^{-1}(x) = x \qquad f \circ f(x) = x$

$x \in D_f$

$\sqrt{y} = ۲ - \sqrt{x} \qquad y = (۲-\sqrt{x})^۲$

$\underline{x \geq ۰}$



$\underline{y \geq ۰}$