

۱۲۸

نقشه‌ها

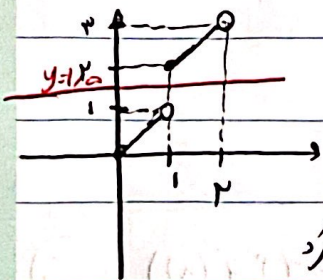
(۱) تابع $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تعریف شده است که $f(x) = x + [x]$ است.

این: $\{x_1 > x_2 \Rightarrow [x_1] > [x_2]\} \Rightarrow x_1 + [x_1] > x_2 + [x_2]$ داریم: $\{x_1 > x_2 \Rightarrow [x_1] > [x_2]\} \Rightarrow x_1 + [x_1] > x_2 + [x_2]$

چرا: مای $f(x) = x + [x]$ همان جوابی است که $f(x) > f(x_2) \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

$$f(x) = x \Rightarrow x + [x] = x \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$$

$$f \circ f^{-1}(x) = 2x - \frac{1}{2} \quad (x \in \mathbb{R}^+)$$



که چون تابع صعودی است پس داریم که $f(x) > f(x_2) \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

این معادله جواب ندارد

$$y = \frac{a}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{x} = -\frac{b}{x} \Rightarrow a = -b \Rightarrow y = \frac{ax + 3}{x - a} = f(x)$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

$$x = y$$

$$y = \frac{ax + 3}{x - a} = f^{-1}(x)$$

$$x = \frac{ay + 3}{y - a} \Rightarrow f(y) - a = \frac{ay + 3}{y - a} - a = \frac{ay + 3 - a(y - a)}{y - a} = \frac{ay + 3 - ay + a^2}{y - a} = \frac{a^2 + 3}{y - a}$$

که خاصه می‌برد $f^{-1}(x) = f(x)$ (بازتابی در این مورد)

$$\Rightarrow f \circ f^{-1}(x) = f \circ f(x) = x \Rightarrow f \circ f(5 - \sqrt{2}) = 5 - \sqrt{2}$$

(۳)

$$f(n) = \sqrt{\left(n + \frac{a}{y}\right)^3} - \sqrt{(n - \frac{y}{a})^3} = |n + \frac{a}{y}| - |n - \frac{y}{a}|$$

$n - \frac{y}{a}$	$n + \frac{a}{y}$
-------------------	-------------------

نزدیکی دقتاً غیب جستی $\Rightarrow y = -\frac{y}{a}n + \frac{y}{a}$ (ازین) $n = -\frac{a}{y}y + \frac{y}{a}$
 $(n \geq \frac{y}{a})$

$$\Rightarrow n - \frac{y}{a} = -\frac{y}{a}y \Rightarrow y = -\frac{1}{y}n + \frac{y}{y}$$

$$y = g(n) = \frac{y}{a}f\left(\frac{a}{y}n\right) - 1 \xrightarrow{\text{داریز}} n = \frac{y}{a}f\left(\frac{a}{y}g^{-1}(n)\right) - 1 \Rightarrow n + 1 = \frac{y}{a}f\left(\frac{a}{y}g^{-1}(n)\right)$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{a}{y}g^{-1}(n)\right) = \frac{n+1}{\frac{y}{a}} \xrightarrow{\text{تبدیل متغیر}} \frac{a}{y}g^{-1}(n) = f^{-1}\left(\frac{n+1}{\frac{y}{a}}\right) \Rightarrow g^{-1}(n) = \frac{1}{y}f^{-1}\left(\frac{n+1}{\frac{y}{a}}\right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{y}, b = 1, c = \frac{y}{a}, d = 0 \Rightarrow \frac{ac + d}{yb} = \frac{\frac{y}{a} + 0}{\frac{1}{y} \cdot 1} = \frac{\frac{y}{a}}{\frac{1}{y}} = \frac{1}{y}$$

$$t = \sqrt{n} \rightarrow y = t^2 t \Rightarrow t^2 t - y = 0 \Rightarrow t^2 + t + \frac{1}{t} - \frac{1}{t} - y = 0 \Rightarrow (t + \frac{1}{t})^2 - \frac{1}{t} - y = 0 \quad (7)$$

تغییر متغیر

$$\Rightarrow (\sqrt{n} + \frac{1}{\sqrt{n}})^2 = \frac{1}{\sqrt{n}} + y \Rightarrow \sqrt{n} + \frac{1}{\sqrt{n}} = \pm \sqrt{y + \frac{1}{\sqrt{n}}} \Rightarrow \sqrt{n} = -\frac{1}{\sqrt{n}} \pm \sqrt{y + \frac{1}{\sqrt{n}}}$$

$$\xrightarrow{n \geq 0} \sqrt{n} = -\frac{1}{\sqrt{n}} + \sqrt{y + \frac{1}{\sqrt{n}}} \Rightarrow n = \left(-\frac{1}{\sqrt{n}} + \sqrt{y + \frac{1}{\sqrt{n}}}\right)^2 \xrightarrow{\text{داریم}} y = \left(-\frac{1}{\sqrt{n}} + \sqrt{n + \frac{1}{\sqrt{n}}}\right)^2$$

(برای اینکه لنتنس) $y > -\frac{1}{\sqrt{n}}$ و $-\frac{1}{\sqrt{n}} + \sqrt{y + \frac{1}{\sqrt{n}}} > 0 \Rightarrow \sqrt{y + \frac{1}{\sqrt{n}}} > \frac{1}{\sqrt{n}} \Rightarrow y + \frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{1}{n} \Rightarrow y > \frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{n}}$ و $y > 0 \Rightarrow n > 0$

$$\Rightarrow f^{-1}(n) = \left(-\frac{1}{\sqrt{n}} + \sqrt{n + \frac{1}{\sqrt{n}}}\right)^2 \quad ; \quad n \in [0, +\infty)$$

$$\forall n_1, n_2 \in D_f \text{ و } n_1 > n_2 \text{ داریم } n_1 - 1 > n_2 - 1 \text{ و } \sqrt{n_1} > \sqrt{n_2} \quad (8)$$

$$\Rightarrow n_1 - 1 + \sqrt{n_1} > n_2 - 1 + \sqrt{n_2} \Rightarrow f(n_1) > f(n_2) \Rightarrow f \text{ صعودی است} \Rightarrow f(n) = f(n) \text{ همان}$$

لنتنس طلب ساده $f(n) = n$ را بدست آورده
(هر f و f^{-1} در $n=0$ هم میخورند و f و f^{-1} هر دو در $n=0$ یکسانند)

$$\forall n_1, n_2 \in D_f \text{ و } n_1 > n_2 \text{ داریم } f(n_1) > f(n_2) \text{ و } n_1^3 > n_2^3 \Rightarrow n_1^3 + f(n_1) > n_2^3 + f(n_2) \quad (9)$$

$$\Rightarrow f(n_1) > f(n_2) \Rightarrow \text{فصلی است} \Rightarrow f(n) = f(n) \Rightarrow f(n) = n$$

تغییر $n=0$ $f(n) = n \Rightarrow n^3 + f(n) = n \Rightarrow n^3 + n = 0 \Rightarrow n(n^2 + 1) = 0 \Rightarrow n = 0$

اکنون برای تعیین علامت $f(n) - n$ (که زیر لحاظ است) $n > 0$ $f(n) - n > 0$ نیاز داریم که
داریم که همان $f(n) = n$ است که آنرا بدست آورده ایم ($n=0$) اکنون گامی اندر جدول داریم که

نقطه $(0,0)$ (نقطه $(0,0)$ در جدول)

مترتبه $(0,0)$ است

نقطه $(0,0)$ در جدول

نقطه $(0,0)$ در جدول

$$f(100) = 100 \text{ و } f^{-1}(100) = 100 \Rightarrow f^{-1}(100) = 100 \text{ و } f(100) = 100$$



باستفاده از $n = -y + \sqrt{y^2 + 4}$ $\Rightarrow n + y = \sqrt{y^2 + 4} \Rightarrow (n+y)^2 = y^2 + 4 \Rightarrow n^2 + 2ny + y^2 = y^2 + 4$ 9

$\Rightarrow y^2 + 2(n+y)y + (n^2 + 4) = 0 \Rightarrow y = \frac{-(n+y) \pm \sqrt{(n+y)^2 - 4(n^2 + 4)}}{2}$ 10

این رابطه تابع f را نشان می‌دهد که عدد صحیح n را به عدد صحیح y تبدیل می‌دهد. $f(n) = y$.
 در حالتی که n عدد صحیح باشد، y نیز عدد صحیح خواهد بود. $f(n) = y$ و $f(y) = n$.

اگر $f(n) = y$ و $f(y) = n$ ، آنگاه $f(f(n)) = n$ و $f(f(y)) = y$.

$\Rightarrow g(n) = \frac{1 - 2(n+y) \pm \sqrt{4(n+y)^2 - 4(n^2 + 4)}}{2} = \frac{1 - 2(n+y) \pm \sqrt{4n^2 + 4y^2 + 8ny - 4n^2 - 4}}{2}$

$n - y = \frac{2n - 2 - \sqrt{4n^2 + 4y^2 + 8ny - 4n^2 - 4}}{2} \Rightarrow 2n - y = 2 - \sqrt{4n^2 + 4y^2 + 8ny - 4n^2 - 4}$ 11

$\sqrt{n} + \sqrt{y} = 2$ با استفاده از $\sqrt{y} + \sqrt{n} = 2 \Rightarrow f(n) = f(y) \Rightarrow f(f(n)) = f(f(y)) = n$ 12

این رابطه تابع f را نشان می‌دهد که عدد صحیح n را به عدد صحیح y تبدیل می‌دهد. $f(n) = y$.

$\sqrt{y} = 2 - \sqrt{n}$

در صورتی که n عدد صحیح باشد، y نیز عدد صحیح خواهد بود. $f(n) = y$ و $f(y) = n$.

I) $n > 0$

II) $2 - \sqrt{n} > 0 \Rightarrow 2 > \sqrt{n} \Rightarrow 4 > n \Rightarrow n < 4$

