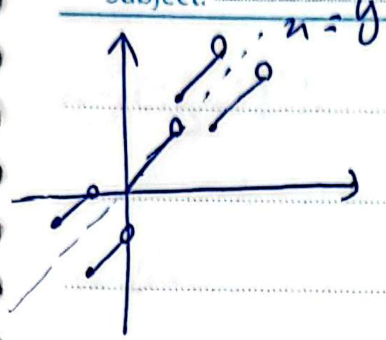
A ۱۲ بهمن ۱۸ تکلیف ۱۱ پرهام مقیمی

Subject: Date:



① ۲

الف) $x \in [0,1] \Rightarrow$ بی‌شمار

ب) $f\circ f^{-1}(x) = 2x - \frac{3}{2} \Rightarrow f\circ f^{-1}(x) = x \,,\; x \in R_f$

$R_{f(x)} = [-2,-1) \cup [0,1) \cup \dots$

جواب ندارد $\Leftarrow x = \frac{3}{2} \sim 2x - \frac{3}{2}$

② محل برخورد مجانب افقی $(\frac{a}{c})$ = برخورد مجانب قائم $(-\frac{d}{c}) \Leftarrow$ تابع = وارون نعکس ۲

$\frac{a}{c} = -\frac{d}{c} \Rightarrow a = -d \sim y = \frac{ax+b}{cx+d} \xrightarrow{*} a + d = 0$

$f(x) = f(x)^{-1} = \frac{-bx+3}{4x+b} \rightarrow f\circ f(5-\sqrt{6}) = f\circ f^{-1}(5-\sqrt{6}) = \boxed{5-\sqrt{6}}$

③ $f(x) \leftarrow$ وارون در ۲ نقطه $\Leftarrow m+3 \neq -m \Leftarrow m \neq -\frac{3}{2}$ ~~ فرض $m=1$ ~~

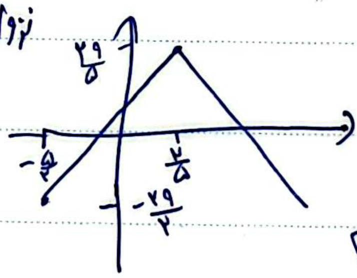
$f(x) = \frac{x+3}{x+4} \Longrightarrow \frac{x+3}{x+4} = \frac{-1}{x-1} \sim x^2 + 2x - 3 = -x - 4 \Rightarrow x^2 + 3x + 1$ ۰

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = \frac{-3}{1} = -3$

$f^{-1}(x) \Rightarrow y = \frac{x+3}{x+4} \rightarrow yx + 4 = x + 3 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} xy + 4 = y + 3 \Rightarrow y(x-1) = -1 \quad \frac{-1}{x-1}$

جواب صفحه آخر ...

$\begin{cases} x > \frac{2}{5} \rightarrow -3x+7 \text{ نزولی} \\ \frac{2}{5} > x > -\frac{5}{2} \rightarrow 7x+3 \\ x < -\frac{5}{2} \rightarrow 3x-7 \end{cases}$



④ ۲

$f(x) = -3x+7$

$f^{-1}(x) = y = \frac{-x+7}{3}$

$\boxed{D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, \frac{29}{5}]}$

⑤ ۲

$g(x) = t = 2f(3x) - 1 \rightarrow g(x) = t \rightarrow g(t^{-1}) = x$

$f(3x) = \frac{t+1}{2} \rightarrow f^{-1}(\frac{t+1}{2}) = 3x \Longrightarrow g(t)^{-1} = \frac{f^{-1}(\frac{t+1}{2})}{3} \rightarrow$ $b=1$, $c=2$, $a=\frac{1}{3}$, $d=0$

$\frac{ac+d}{2b} = \frac{2\times\frac{1}{3}+0}{2} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \boxed{\frac{1}{3}}$

Puzzle

CamScanner

Subject: .... Date: ....

(۶) ۲

$f(x) = x + 2\sqrt{x}$; دامنه $x \geq 0$ برد $\Rightarrow [0, +\infty)$

$f^{-1}(x): y = x + 2\sqrt{x} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x = y + 2\sqrt{y} \Rightarrow x = (\sqrt{y}+1)^2 - 1 \Rightarrow (\sqrt{y}+1)^2 = x+1$

$\boxed{y = x+2-2\sqrt{x+1}} \Leftarrow y = x+1+1-2\sqrt{x+1} \xleftarrow{\text{توان ۲}} \sqrt{y} = \sqrt{x+1} - 1 \leftarrow \sqrt{y} + 1 = \sqrt{x+1}$ ✓

$\rightarrow D_{f^{-1}} = R_f = [0, +\infty)$ ✓

---

(۷) تابع صعودی اکید در $x=y$ وارونش را قطع می کند. فقط ۱ نقطه (۳)

$f(x): y = \underbrace{x-1}_{\text{اکیداً صعودی}} + \underbrace{2^x}_{\text{اکیداً صعودی}} \longrightarrow$ اکیداً صعودی

$f^{-1}(x): x = y - 1 + 2^y$

$x - 1 + 2^x = x \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow \boxed{x = 0}$ ✓

(۸) ۲

$f(x) = x^3 + 4x \longrightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow x = y^3 + 4y \Rightarrow x = y(y^2+4)$

اکیداً صعودی $\Rightarrow$ اکیداً صعودی

$f^{-1}(x) \geq x \rightarrow f(x) \leq x \rightarrow x^3 + 4x \leq x \rightarrow x(x^2+3) \leq 0$ (همواره ⊕) $\rightarrow \boxed{x \leq 0} \rightarrow$ ✓ $\boxed{\text{فقط صفر}}$

(۹) ۲

$f(x) = -x + \sqrt{x+4}$; $x \geq -3$, $R = (-\infty, 4]$ $\xrightarrow{\text{قرینه}} f^{-1}(x) \xrightarrow{\text{۴ واحد چپ}} f^{-1}(x+4) = g(x) = x - 3$

$\rightarrow f(x-3) = x+4 \rightarrow x+4 = -(x-3) + \sqrt{x-3+4} \rightarrow 2x+1 = \sqrt{x+1}$

توان ۲ $\rightarrow 4x^2 + 1 + 4x = x+1$ $\rightarrow x = 0$ ✓ $\longrightarrow \boxed{x=0}$ ✓ یک جواب

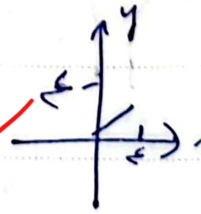
$\rightarrow x = -\frac{3}{4}$ ✗ $\rightarrow$ در برد نیست

(۱۰) ۴

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow fof(x) = fof^{-1}(x) = x$; $x \in D_{f^{-1}}$

$\sqrt{y} = 2 - \sqrt{x} \rightarrow x \geq 0$; $\rightarrow D_f: 2 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \Rightarrow \boxed{[0, 4]}$

$\sqrt{x} = 2 - \sqrt{y} \rightarrow y \geq 0$; $\rightarrow 2 - \sqrt{y} \geq 0 \rightarrow 0 \leq y \leq 4$ برد ✓



Puzzle

۳) توابع هموگرافیک اگر طول خود را قطع کنند، محل تقاطع روی نیمساز ناحیه اول و سوم است!

$$\frac{mx+3}{x+m+3} = x \longrightarrow x^2+3x-3=0$$

$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = \frac{-3}{-3} = 1$$