

الف) $f(x) = x + [x]$

برای داشتن $y = x + [x]$ از طرف $[x]$ داریم:

$$[y] = [x + [x]] \Rightarrow [y] = 2[x] \rightarrow [x] = \frac{[y]}{2} \quad (1)$$

$$y = x + [x] \xrightarrow{(1)} y - \frac{[y]}{2} = x \rightarrow f^{-1}(y) = y - \frac{[y]}{2}$$

$$f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow x + [x] = x - \frac{[x]}{2} \rightarrow \frac{3[x]}{2} = 0 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow x < 1$$

این شماره را قطع می کنند.

ب) $f(f^{-1}(x)) = 2x - \frac{3}{2} \rightarrow x = 2x - \frac{3}{2} \rightarrow -x = -\frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{3}{2}$

باید چک کنیم $\in D_f$ هست یا نه: $D_f = [0, 1) \cup [2, 3) \dots = D_{f^{-1}}$

$\rightarrow \frac{3}{2} \notin D_{f^{-1}} \rightarrow$ معادله جواب ندارد

- وقتی محل برخورد میانی قائم و میانی افق روی نیمساز ناحیه اول رسوم باشد $f(x) = f^{-1}(x) \left[\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right]$

$$f(f^{-1}(5 - \sqrt{4})) = f(f^{-1}(5 - \sqrt{4})) \rightarrow f \circ f^{-1}(5 - \sqrt{4}) = 5 - \sqrt{4}$$

$$f(x) = \frac{mx + 3}{x + m + 3}$$

- توابع همگرافیک دارند خود را روی $y = x$ قطع می کنند.

محل برخورد $f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow f(x) = x \rightarrow \frac{mx + 3}{x + m + 3} = x \rightarrow mx + 3 = x^2 + mx + 3x \rightarrow x^2 + 3x - 3 = 0$

α, β : $\begin{cases} S = \alpha + \beta = -3 \\ P = \alpha \cdot \beta = -3 \end{cases}$

ریشه ها $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha \cdot \beta} = \frac{-3}{-3} = 1$

$$f(x) = |2x+5| - |5x-2| = \begin{cases} 3x-7 & x < -\frac{5}{2} \\ 5x+7 & -\frac{5}{2} < x < \frac{2}{5} \\ -3x+7 & x \geq \frac{2}{5} \end{cases} \xrightarrow{\text{فرض}} g(x) = -3x+7 \quad x \geq \frac{2}{5}$$

$$\text{وارش: } y = -3x+7 \rightarrow \frac{7-y}{3} = x \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{7-x}{3}; D_{g^{-1}} = R_g = x \leq \frac{2}{5}$$

$$g(x) = 2f(3x)-1 \xrightarrow[\text{برای وارش کردن}]{g(x)} y = 2f(3x)-1 \rightarrow f(3x) = \frac{y+1}{2} \xrightarrow{\text{از طرف}} f^{-1}$$

$$f \circ f(3x) = f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) \rightarrow 3x = f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) \rightarrow x = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{y+1}{2}\right) \rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

$$\rightarrow a = \frac{1}{3}, b = 1, c = 2, d = 0$$

$$\frac{ac+d}{2b} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 2}{2} = \frac{1}{3}$$

$$f(x) = x + 2\sqrt{x} \quad x \geq 0$$

$$D_{f^{-1}} = R_f \rightarrow R_f = \begin{cases} f(0) = 0 \\ f(1) = 3 \\ f(+\infty) = +\infty \end{cases} \rightarrow R_f : [0, +\infty) = D_{f^{-1}} \quad ①$$

$$\text{برای وارش کردن: } y = x + 2\sqrt{x} \rightarrow y = (\sqrt{x} + 1)^2 - 1 \rightarrow \sqrt{y+1} = |\sqrt{x} + 1| \xrightarrow{\text{مثبت}} \sqrt{y+1} - 1 = \sqrt{x}$$

$$\xrightarrow{\text{بجای}} x = (\sqrt{y+1} - 1)^2 \rightarrow f^{-1}(x) = (\sqrt{x+1} - 1)^2 \quad x \geq 0 \quad ①$$

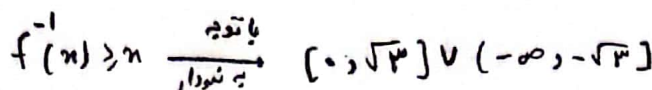
$$y = \frac{x-1}{2} + 2^x \xrightarrow[\text{جمع در یک معادله}]{\text{یک معادله}} y = \text{معادله}$$

- می دانیم توابع اکیداً صعودی وارن خود را در خط $y=x$ قطع می کنند ①

$$f(x) = f^{-1}(x) \xrightarrow{①} f(x) = x \rightarrow x-1+2^x = x \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow \text{نقطه در یک نقطه قطع می کند}$$

- A

حل
مطلوب
 $f(n) = f^{-1}(n) \rightarrow f(n) = n \rightarrow n^r + f(n) = n \rightarrow n^r + n = n \rightarrow n(n^r + 1) = 0$
 $\uparrow \quad \uparrow$
 $f(n) \quad n$



—

$$\rightarrow \sqrt{-y + \frac{16}{r}} = \sqrt{x+t} - \frac{1}{r} \rightarrow \left(\sqrt{-y + \frac{16}{r}} + \frac{1}{r}\right)^r = x+t$$

۲) واحدی میں منتقلی $(n \rightarrow n+1)$ $g(n) = \left(\sqrt{-(n+1) + \frac{1}{f}} + \frac{1}{f} \right)^2 - f \quad n+1, f$ ①

این معادله جواب ندارد چون سمت راست عددی منفی می باشد.

باتوجه به
 $x = 10$
 ①

$\rightarrow \sqrt{-x + \frac{1}{f}} = 2x - \frac{v}{f}$

- 10

A graph showing a line passing through the origin with a positive slope. The line is labeled $y = n$ and $f \circ f(n)$.