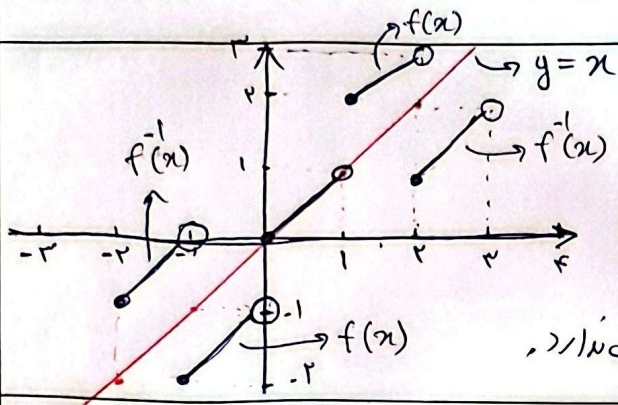




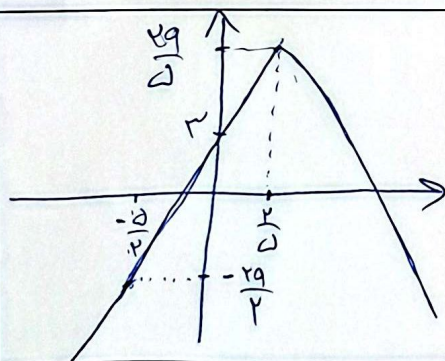
الف) با رسم تابع $f(x)$ می بینیم که تابع $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ در بازه $(0, 5]$ روی هم می افتند پس به تعداد بی شمار صدگن را قطع می کنند

ب) $f \circ f^{-1}(x) = x = 2x - \frac{3}{2} \rightarrow x = \frac{3}{2}$
 اما چون $\frac{3}{2}$ جزو دامنه f^{-1} نیست پس جواب ندارد.

$$\left. \begin{aligned} \text{میانب قائم} &= -\frac{d}{c} = -\frac{b}{a} \\ \text{میانب افق} &= \frac{a}{c} = \frac{a}{a} \end{aligned} \right\} \frac{a}{a} = -\frac{b}{a} \rightarrow a = -b \rightarrow y = \frac{ax+3}{2x-a}$$

$$f \circ f(x) = x \rightarrow f \circ f(1-\sqrt{6}) = 1-\sqrt{6}$$

~~$f(x) = \frac{mx+n}{x+r}$~~
 $f(x) = x \rightarrow \frac{mx+n}{m+x+r} = x \rightarrow mx+n = x^2 + mx + rx$
 $x^2 + rx - n = 0 \rightarrow \begin{cases} a+b = -\frac{b}{a} = -r \\ a \cdot b = \frac{c}{a} = -n \end{cases} \rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{-r}{-n} = 1$



الف) $x \geq \frac{1}{2} \rightarrow 2x+1 - x^2+2 = 3-2x$

$f^{-1}(x) = x = 3-2y \rightarrow x-3 = -2y \rightarrow y = \frac{x-3}{-2}$

$D_{f^{-1}} = [0, 100]$

$$g^{-1}(x) = x = 2f(ry)-1 \rightarrow \frac{x+1}{2} = f(ry) \rightarrow \frac{1}{r}f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) = y$$

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{r} \\ b &= 1 \\ c &= 2 \\ d &= 0 \end{aligned} \right\} \frac{ac+d}{rb} = \frac{\frac{1}{r} \cdot 2 + 0}{r \cdot 1} = \frac{\frac{2}{r}}{r} = \frac{1}{r}$$

$$f(x) = (\sqrt{x+1})^2 - 1 \rightarrow f^{-1}(x) = x = (\sqrt{y+1})^2 - 1$$

$$(\sqrt{x+1} - 1)^2 = y = f^{-1}(x) \rightarrow D_{f^{-1}} = [0, +\infty)$$

۶

$$f(x) = x \rightarrow x - 1 + 2^x = x \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0 \rightarrow \underbrace{(0, 0)}_{\text{یک نقطه}}$$

$$f(x) = \underbrace{2^x}_{\text{اگرچه صعودی}} + \underbrace{(x-1)}_{\text{اگرچه صعودی}}$$

۷

$$f^{-1}(x) - x \geq 0 \rightarrow f^{-1}(x) \geq x \xrightarrow{\text{اگرچه صعودی}} f \circ f^{-1}(x) \geq f(x)$$

$$x \geq f(x) \rightarrow x \geq x^2 + 4x \rightarrow x^2 + 3x \leq 0 \rightarrow x \in (-\infty, 0]$$

← جواب سوال: هیچ مقدار.

۸

$$f(x) = -(\sqrt{x+4} - \frac{1}{x})^2 + \frac{11}{x} \rightarrow f^{-1}(x) = \underbrace{(\sqrt{\frac{11}{x}} - x + \frac{1}{x})}_{\text{اگرچه نزولی}}^2 - \frac{11}{x}$$

$$g(x) = (\sqrt{\frac{1}{x}} - x + \frac{1}{x}) - 4 \rightarrow x - 4 = \frac{1}{x} - x + \frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x}} - x$$

$$4x - 4 = 2\sqrt{\frac{1}{x}} - x \rightarrow 12x^2 - 42x + 4 = 0 \rightarrow$$

در یک نقطه به خوردی کند

۹

$$f(x) = (2 - \sqrt{x})^2 \rightarrow \sqrt{x} \leq 2 \rightarrow 0 \leq x \leq 4$$

$$f(f(x)) = (2 - \sqrt{(2 - \sqrt{x})^2})^2 \xrightarrow{0 \leq 2 - \sqrt{x} \leq 2} \sqrt{(2 - \sqrt{x})^2} = 2 - \sqrt{x}$$

$$f(f(x)) = (2 - (2 - \sqrt{x}))^2 = (\sqrt{x})^2 = x \rightarrow f \circ f(x) = y = x$$

