

۲۵ عالی نوشتی

الف) $f(n) = n + [n]$

تابع $f(n)$ الیاً صعودی است

محل بر فرد $f(n), f(n)$

$f(n) = n$

$n + [n] = n \rightarrow [n] = 0 \rightarrow 0 < n < 1, n \in D f = \mathbb{R} f$

در بهیچ نقطه ای به $[0, 1)$ تابع دارنق را قطع نمی کن ✓

ب) $f \circ f^{-1}(n) = n ; n \in D f^{-1}(n) = \mathbb{R} f(n)$

$n = 2n - \frac{1}{2} \rightarrow n = \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \notin \mathbb{R} f(n)$ ✓

$x = -\frac{b}{a} \rightarrow y = x \rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{a}{a} \rightarrow a = -b$

$y = \frac{a}{a}$

$f(n) = f^{-1}(n) \rightarrow f \circ f = f \circ f^{-1}(n) \rightarrow f \circ f(8 - \sqrt{4}) = 8 - \sqrt{4}$ ✓

$f(n) = \frac{m n + 3}{n + m + 3}$ $f(n), f(n)$

$f(n) = x \rightarrow \frac{m n + 3}{n + m + 3} = x$

$x^2 + (m+3)x = m n + 3 \rightarrow x^2 + 3x - 3 = 0$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{5}{p} = \frac{-3}{-3} = 1$ ✓

$f(n) = |2n+5| - |5n-2|$

$\begin{cases} 3x - 5 & x < -\frac{5}{3} \\ 7x + 7 & -\frac{5}{3} < x < \frac{2}{5} \\ -3x + 7 & \frac{2}{5} < x \end{cases}$

$f(n) = -3x + 7 \rightarrow f^{-1}(n) \Rightarrow x = -\frac{1}{3}y + \frac{7}{3}$

$3y = 7 - x \rightarrow f(n) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ ✓

$x \in D f^{-1} = \mathbb{R} f$

$g^{-1}(n) = a f^{-1}\left(\frac{n+b}{c}\right) + d \rightarrow g^{-1}(n) = t \rightarrow g(t) = n$

$t = a f^{-1}\left(\frac{n+b}{c}\right) + d \rightarrow f^{-1}\left(\frac{n+b}{c}\right) = \frac{t-d}{a} \rightarrow \frac{n+b}{c} = f\left(\frac{t-d}{a}\right)$

$c f\left(\frac{t-d}{a}\right) - b = n = g(t) \rightarrow g(t) = c f\left(\frac{t-d}{a}\right) - b \rightarrow c = 3, b = 1$

$\frac{t-d}{a} = 3t \xrightarrow{t=0} -\frac{d}{a} = 0 \rightarrow d = 0, t = 1 \rightarrow \frac{1}{a} = 3 \rightarrow a = \frac{1}{3}$

$\frac{ac+d}{rb} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 3 + 0}{3 \cdot 1} = \frac{1}{3}$ ✓

$$f(x) = x + \sqrt{x} \Rightarrow x+1 = (\sqrt{x}+1)^2 \rightarrow \sqrt{x}+1 = \sqrt{y+1} \rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y+1} - 1$$

$$x = y+1 + 1 - 2\sqrt{y+1} \rightarrow y = x - 2\sqrt{x+1} + 2, x \in Df^{-1} = Rf$$

$$Rf = [0, +\infty) \quad (\sqrt{x+1})^2 - 1 \geq 0$$

$$Df = [0, +\infty)$$

$$f'(x) = x - 2\sqrt{x+1} + 2, x \in [0, +\infty)$$

$$y = x - 1 + 2^x \rightarrow \text{تابع الیقا صعودی است}$$

$$x - 1 + 2^x = x \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0$$

تابع وارون خود را پیدا کردیم (0,0) نقطه می باشد.
 من بر خود تابع با داری خود
 $f(x) = f^{-1}(x)$

$$y = \sqrt{f^{-1}(x) - x} \rightarrow f^{-1}(x) \geq x \xrightarrow{\text{الیقا صحت دارد}} x \geq f(x)$$

$$x \geq x^2 + 4x \rightarrow 0 \geq x^2 + 3x \rightarrow 0 \geq x(x+3)$$

$$x \in (-\infty, 0] \rightarrow \text{بازای } x \text{ عدد صحیح ناستی } \{0\}$$

$$y = -x + \sqrt{x+4} \xrightarrow{\text{داری کردن تابع}} x = -y + \sqrt{y+4}$$

$$(x+4) = -y + \sqrt{y+4} \xrightarrow{y=x-3 \text{ بر خود}} x+4 = -(x-3) + \sqrt{(x-3)+4}$$

$$x+4 = -x+3 + \sqrt{x+1} \rightarrow 2x+1 = \sqrt{x+1} \rightarrow x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

$$4x^2 + 4x + 1 = x+1 \rightarrow 4x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(4x+3) = 0$$

تابع دایره ای است با $y = x-3$ بر خود داری.

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{y} + \sqrt{x} = 2 \rightarrow f(x) = f^{-1}(x)$$

$$f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x, x \in Df^{-1} = Rf, x \in Df$$

$$Df = [0, 4], Rf = [0, 4]$$

