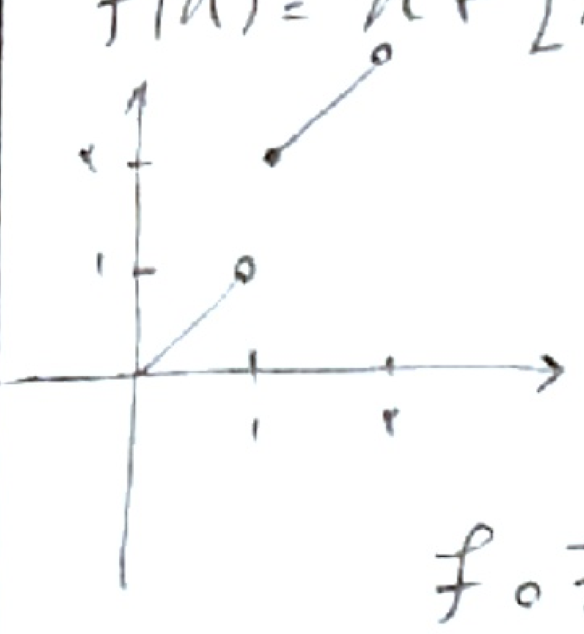
نام و نام خانوادگی ...عرفان عبدالهی... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۱... کلاس ...دوازدهم A...

۱

$f(x) = x + [x]$



الف) تابع $f(x)$ اکیداً صعودی است $\xrightarrow{\text{محل برخورد } f^{-1}(x), f(x)}$ $f(x) = x$

$x + [x] = x \to [x] = 0 \to 0 \le x < 1$, $x \in D_{f^{-1}} = R_f$

در نتیجه در بازه $[0, 1)$ تابع وارون را قطع می‌کند.

ب) $f \circ f^{-1}(x) = x \;\; ; x \in D_{f^{-1}(x)} = R_{f(x)}$

$x = 2x - \frac{3}{2} \to x = \frac{3}{2}, \quad \frac{3}{2} \notin R_{f(x)}$

معادله پاسخی ندارد.

۲

مجانب قائم $\Rightarrow x = -\frac{b}{4} \to y = x \to -\frac{b}{4} = \frac{a}{4} \to a = -b$

مجانب افقی $\Rightarrow y = \frac{a}{4}$

$f(x) = f^{-1}(x) \to f \circ f = f \circ f^{-1}(x) \to f \circ f(5 - \sqrt{6}) = 5 - \sqrt{6}$

۳

$f(x) = \frac{mx + 3}{x + m + 3} \xrightarrow{\text{محل برخورد } f(x), f^{-1}(x)} f(x) = x \to \frac{mx + 3}{x + m + 3} = x$

$x^2 + (m+3)x = mx + 3 \to x^2 + 3x - 3 = 0$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = \frac{-3}{-3} = 1$

۴

$$f(x) = |2x + 5| - |5x - 2| = \begin{cases} 3x - 7 & x < -\frac{5}{2} \\ 7x + 7 & -\frac{5}{2} \le x \le \frac{2}{5} \\ -3x + 7 & \frac{2}{5} \le x \end{cases}$$

$f(x) = -3x + 7 \to f^{-1}(x) \Rightarrow x = -3y + 7$

$3y = 7 - x \to f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

$x \in D_{f^{-1}} = R_f$

۵

$g^{-1}(x) = a f^{-1}\left(\frac{x + b}{c}\right) + d \to g^{-1}(x) = t \to g(t) = x$

$t = a f^{-1}\left(\frac{x + b}{c}\right) + d \to f^{-1}\left(\frac{x + b}{c}\right) = \frac{t - d}{a} \to \frac{x + b}{c} = f\left(\frac{t - d}{a}\right)$

$c f\left(\frac{t - d}{a}\right) - b = x = g(t) \to g(t) = c f\left(\frac{t - d}{a}\right) - b \to c = 2, \; b = 1$

$\frac{t - d}{a} = 3t \xrightarrow{t = 0} -\frac{d}{a} = 0 \to d = 0$, $t = 1$ $\frac{1}{a} = 3 \to a = \frac{1}{3}$

$\frac{ac + d}{2b} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3}$

۶
$f(x) = x + 2\sqrt{x} \Rightarrow 1 + y = (\sqrt{x} + 1)^2 \rightarrow \sqrt{x} + 1 = \sqrt{y+1} \rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y+1} - 1$

$x = y + 1 + 1 - 2\sqrt{y+1} \rightarrow y = x - 2\sqrt{x+1} + 2 \quad , x \in D_{f^{-1}} = R_f$

$R_f = [0, +\infty) \qquad (\sqrt{x}+1)^2 - 1 \geq 0$

$D_f = [0, +\infty)$

$f^{-1}(x) = x - 2\sqrt{x+1} + 2 \quad , x \in [0, +\infty)$

۷
$y = x - 1 + 2^x \rightarrow$ تابع اکیداً صعودی است.

$x - 1 + 2^x = x \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0$

تابع وارون خود را در نقطه $(0,0)$ قطع می‌کند.

محل برخورد تابع با وارون خود

$f(x) = f^{-1}(x)$

۸
$y = \sqrt{f^{-1}(x) - x} \rightarrow f^{-1}(x) \geq x \xrightarrow{f(x) \text{ اکیداً صعودی}} x \geq f(x)$

$x \geq x^3 + 4x \rightarrow 0 \geq x^3 + 3x \rightarrow 0 \geq x(x^2 + 3)$

0 ریشه ندارد

$x \in (-\infty, 0] \rightarrow$ بازای یک عدد صحیح نامثبت $\{0\}$

0
$- \mid +$

۹
$y = -x + \sqrt{x+4} \xrightarrow{\text{وارون کردن تابع}} x = -y + \sqrt{y+4} \xrightarrow{\text{۴ واحد انتقال به چپ}}$

$(x+4) = -y + \sqrt{y+4} \xrightarrow{\text{برخورد با } y = x-3} x + 4 = -(x-3) + \sqrt{(x-3)+4}$

$x + 4 = -x + 3 + \sqrt{x+1} \rightarrow 2x + 1 = \sqrt{x+1} \rightarrow 2x + 1 \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$

$4x^2 + 4x + 1 = x + 1 \rightarrow 4x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(4x + 3) = 0$

$0 > -\frac{1}{2}$ ق ق $\quad -\frac{3}{4} < -\frac{1}{2}$ غ ق ق

تابع در یک نقطه با $y = x - 3$ برخورد دارد.

۱۰
$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{y} + \sqrt{x} = 2 \rightarrow f(x) = f^{-1}(x)$

$f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x \quad , x \in D_{f^{-1}} = R_f \, , x \in D_f$

$D_f = [0, 4] \quad , R_f = [0, 4]$