محمدیحیا دعفوریان — دوازدهم ریاضی

۱-

$\sin\frac{۴\pi}{۳} = -\sqrt{۳}/۲ \qquad \sin\frac{۱۱\pi}{۶} = -۱/۲$

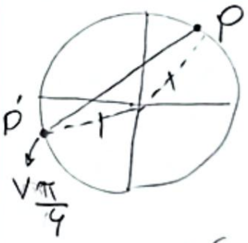
$\cos\frac{۷\pi}{۶} = -\sqrt{۳}/۲ \qquad \cos\frac{\pi}{۳} = ۱/۲$

$\tan\frac{۵\pi}{۶} = -\sqrt{۳}/۳$

$$\Rightarrow \frac{-\sqrt{۳}/۲\,(\alpha+\beta)}{\frac{۱}{۲}(\beta-\alpha)} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳} \rightsquigarrow ۳\alpha+۳\beta = -\alpha+\beta$$

$$۴\alpha = -۲\beta \rightsquigarrow \beta = -۲\alpha \rightsquigarrow \frac{\beta}{\alpha} = \boxed{-۲}$$

۲-



$$\text{محیط} = ۱+۱+\sqrt{\left(\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲+\left(\frac{۱}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)^۲}$$

$$\Rightarrow ۲+\left(\frac{۱+\sqrt{۳}}{۲}\right)\sqrt{۲} = ۲+\frac{\sqrt{۲}+\sqrt{۶}}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۴+\sqrt{۲}+\sqrt{۶}}{۲}$$

۳-

$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{Rad}{\pi} \rightarrow \frac{x}{۱۸۰} = \frac{\frac{\pi}{۹}}{\frac{\pi}{۱}} \Rightarrow D = ۲۰^\circ$$

اگر ساعت شمار ۲۰° بچرخه => دقیقه شمار ۴۰′ رفته

$$\begin{array}{c|c} \text{دقیقه} & \text{درجه} \\ ۲ & ۱ \\ \hline ? & ۲۰ \end{array} \Rightarrow ? = ۴۰\,\text{min}$$

$$\Rightarrow \boxed{۲:۴۰'}$$

۴-

$$|۵٫۵m-۳۰h| \rightsquigarrow |۵٫۵m-۹۰۰| = ۲۰$$

$$\rightsquigarrow ۵٫۵m-۹۰۰ = ۲۰ \rightarrow m = ۲۰$$

$$\rightsquigarrow ۵٫۵m-۹۰۰ = -۲۰ \rightarrow m = ۱۶۰/۱۱ \simeq ۱۲٫...$$

=> بعد از ۲۰ دقیقه برای دومین بار زاویه برابر ۲۰° خواهد شد...

۵-

$$-\frac{\pi}{۶} < x \leq \frac{۵\pi}{۶} \rightsquigarrow -\frac{۱}{۲} < \sin x \leq ۱$$

$$-\frac{۱}{۲} < \frac{m-۳}{۵} \leq ۱ \rightsquigarrow -\frac{۵}{۲} < m-۳ \leq ۵$$

$$\frac{۱}{۲} < m \leq ۸ \rightsquigarrow m \in \{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸\} \rightarrow$$ ۸ عدد

۶-

$$\frac{\sin(۹۰+۱۵)+k\cos(۲۷۰-۱۵)}{\cos(۱۸۰-۱۵)+۲\sin(۱۸۰+۱۵)} = ۳$$

$$\rightsquigarrow \frac{\cos ۱۵-k\sin ۱۵}{-\cos ۱۵-۲\sin ۱۵} \xrightarrow{\div\cos ۱۵} \frac{۱-k\tan ۱۵}{-۱-۲\tan ۱۵}$$

$$\Rightarrow \frac{۱-۰٫۲۵k}{-۱-۰٫۵} = ۳ \rightsquigarrow ۱-۰٫۲۵k = -۴٫۵$$

$$\boxed{k = ۲۲}$$

۷-

$$۱-\cos = ۲+۲\cos x \rightarrow ۳\cos x = -۱ \Rightarrow \cos = -۱/۳$$

$$\sin^۲+\cos^۲ = ۱ \rightarrow \sin^۲ = ۱-\frac{۱}{۹} \rightsquigarrow \sin = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳} \rightarrow$$ ناحیه ۲ سینوس مثبته

$$\frac{\tan(\frac{\pi}{۲}-x)-\cos(\pi-x)}{\cos(\frac{۳\pi}{۲}-x)+۲\tan(۲\pi-x)} = \frac{\cot x+\cos x}{\tan b-۲\tan x}$$

$$\frac{۲\cot x}{-\tan x} \rightsquigarrow \frac{۲(-\frac{۱}{۲\sqrt{۲}})}{۲\sqrt{۲}} = \boxed{-۱/۴}$$

$$\tan = \frac{\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}}{\frac{-۱}{۳}} = -۲\sqrt{۲} \rightsquigarrow \cot x = -۱/۲\sqrt{۲}$$

۸-

$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{Rad}{\pi} \rightsquigarrow \frac{۱۰۸}{۱۸۰} = \frac{Rad}{\pi} \rightsquigarrow Rad = ۳\pi/۵$$

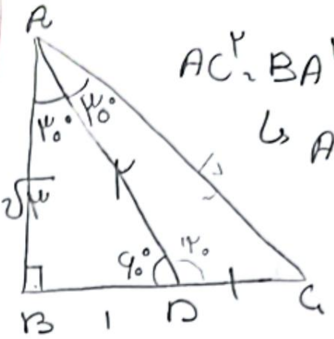
$$\underbrace{\frac{۳\pi}{۵}}\, r_A = \frac{۹\pi}{۱۰} r_B \rightsquigarrow r_A = ۳/۲\, r_B$$

$O\omega = \alpha r$

$$\Rightarrow \frac{S_A}{S_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲ \rightsquigarrow \left(\frac{\frac{۳}{۲}r_B}{r_B}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \boxed{۹/۴}$$

-۹



$AC^{۲} = BA^{۲} + BC^{۲}$

$\to AC = \sqrt{۷}$

$\sin ۳۰° = \frac{۱}{۲} \Rightarrow AD = ۲$

$\to AB^{۲} + BD^{۲} = AD^{۲} \to AB = \sqrt{۴-۱} = \sqrt{۳}$

$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} \times x \times \underset{۱}{\cancel{\sin ۹۰}} = \sqrt{۳}$

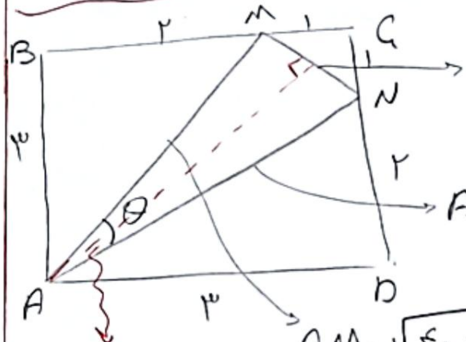
$x = ۲ \Rightarrow DC = ۱$

$\sin C = \sqrt{\frac{۳}{۷}} , \cos C = \frac{۲}{\sqrt{۷}}$

$\sin ۲C = ۲\sin C \cos C \to ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}} \times \frac{۲}{\sqrt{۷}}$

$= \frac{۴\sqrt{۳}}{۷}$

-۱۰

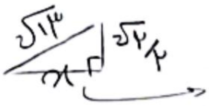


$MN = \sqrt{۱+۱} = \sqrt{۲}$

$AN = \sqrt{۴+۹} = \sqrt{۱۳}$

$AM = \sqrt{۴+۹} = \sqrt{۱۳}$

$\sin \frac{\theta}{۲} = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{\frac{\sqrt{۱۳}}{۱}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۱۳}}$



$x = \sqrt{۱۳ - \frac{۱}{۲}} = \sqrt{\frac{۲۵}{۲}}$

$\Rightarrow \cos \frac{\theta}{۲} = \frac{\sqrt{\frac{۲۵}{۲}}}{\sqrt{۱۳}}$

$\sin \theta = ۲\sin \frac{\theta}{۲} \cos \frac{\theta}{۲} \to ۲ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲\sqrt{۱۳}} \times \frac{\sqrt{\frac{۲۵}{۲}}}{\sqrt{۱۳}}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{۲۵}}{۱۳} = \boxed{۵/۱۳}$