۱- حسن شعبانی

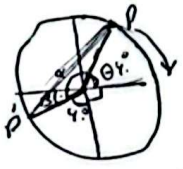
$$\frac{\sin\frac{۴\pi}{۳}a+\cos\frac{۷\pi}{۴}b}{a\sin\frac{۱۱\pi}{۴}+b\cos\frac{\pi}{۳}}=\tan\frac{۵\pi}{۲}\quad -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\frac{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}(a+b)}{-\frac{۱}{۲}(a-b)}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}\qquad \sqrt{۳}\times\frac{a+b}{a-b}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}\qquad ۳a+۳b=b-a$$

$$۴a=-۲b\qquad \boxed{\frac{b}{a}=-\frac{۱}{۲}}$$

۲-

$P\left(\frac{۱}{۲},y\right)$ $\quad x_P=\cos\theta$ $\quad y_P=\sin\theta$



$P\left(\frac{۱}{۲},\frac{\sqrt{۳}}{۲}\right)$

$\cos\theta=\frac{۱}{۲}$ $\quad \sin\frac{\pi}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ $\quad \theta=\frac{\pi}{۳}$ $\quad \alpha=۱۵^\circ$ $\quad \beta=۳۰^\circ$

$$\text{فاصله}=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}$$

$P'(\cos\beta,\sin\beta)\Rightarrow P'\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲},\frac{۱}{۲}\right)$ $\quad P_\Delta=P_O+P'_O+PP'$

$$\boxed{۲+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}$$

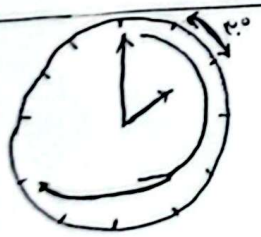
~~$PP'=\sqrt{P_O^۲+P'^۲_O-۲\cos۱۵^\circ P_O\times P_O}$~~ $\Rightarrow$ ~~$\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)\times\left(\frac{۱}{۲}\right)\times\dots$~~

$$P_O=\sqrt{\left(\frac{۱}{۲}-۰\right)^۲+\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}-۰\right)^۲}=\sqrt{\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۴}}=۱$$

$$PP'=\sqrt{\left(\frac{۱-\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲+\left(\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲}\right)^۲}=\sqrt{\frac{۲(۴-۲\sqrt{۳})}{۴}}$$

$$P'_O=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}-۰\right)^۲+\left(\frac{۱}{۲}-۰\right)^۲}=\sqrt{\frac{۴}{۴}}=۱$$

۳-



$\frac{۳۶۰}{۱۲}=۳۰^\circ$

۳۰° ساعت $\longrightarrow$ ۶۰ دقیقه

۳۰° ساعت $\longrightarrow$ ۶۰ دقیقه

$\frac{۲۶^\circ}{۳۰^\circ}=۸$ $\quad ۲۶^\circ=۲۶۰$ دقیقه

$\boxed{\text{ساعت}\Rightarrow ۲:۴۰}$

۴-

$|۵\cdot۵m-۳۰\cdot۱۱|=۲۰$ $\quad ۱۱\longrightarrow ۳$

$|۵\cdot۵m-۳۰(۳)|=۲۰$

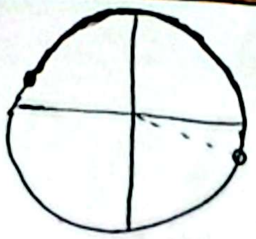
$۵\cdot۵m-۹۰=۲۰$ $\quad ۵\cdot۵m=۱۱۰$ $\quad \boxed{m_۱=۲۰}$

$۵\cdot۵m-۹۰=-۲۰$ $\quad ۵\cdot۵m=۷۰$ $\quad ۵۵m=۷۰۰$ $\quad m_۲=\frac{۷۰۰}{۵\times۱۱}\simeq\frac{۱۴۰}{۱۱}$

$\boxed{m_۲\simeq ۱۲}$ $\quad ۲۰>۱۲$

در ساعت ۳:۲۰ دقیقه برای بار دوم

۵-



$-\frac{\pi}{۶} < x < \frac{۵\pi}{۶}$ $-\frac{۱}{۲} < \sin x \le ۱$ $-\frac{۱}{۲} < \frac{m-۳}{۵} \le ۱$

$-\frac{۵}{۲} < m-۳ \le ۵$ $\frac{۱}{۲} < m \le ۸$

$\{\frac{۱}{۲} < m \le ۸, m \in Z\} : \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸\}$

۶-

$\frac{\sin(۱۰۵°) + k\cos(۲۵۵°)}{\cos(۱۶۵°) + ۲\sin(۱۹۵°)} = ۳$ $\tan ۱۵° = ۰/۲۵$

$۱ - \frac{k}{۴} = -\frac{۹}{۲}$

$\frac{\cos ۱۵° - k\sin ۱۵°}{-\cos ۱۵° - ۲\sin ۱۵°} = ۳$ $\frac{۱ - k\tan ۱۵°}{-۱ - ۲\tan ۱۵°} = ۳$ $\frac{-k}{۴} = \frac{-۱۱}{۲}$

$-۱ - \frac{۱}{۲}$ $\frac{۱}{۴}$ $-\frac{۳}{۲}$ $-k = -۲۲$

$\boxed{k = ۲۲}$

۷-

$\frac{\tan(\frac{\pi}{۲} - x) - \cot(\pi - x)}{\cot(\frac{۳\pi}{۲} - x) + ۲\tan(۲\pi - x)} = \frac{\cot x + \cot x}{\tan x - ۲\tan x} = \frac{۲\cot x}{-\tan x} = -۲\tan^{۲} x$

ناحیه ۲ $\rightarrow$ $\cot < ۰$, $\tan < ۰$ $\frac{۱ - \cos x}{۱ + \cos x} = ۲$ $\tan^۲ x = ۲$ $-۲(۲)^۲ = (-۸)$

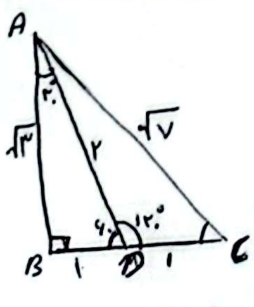
۸-

$\frac{Rad}{\pi} = \frac{۱۰۸}{۱۸۰} \Rightarrow Rad = \frac{۳\pi}{۵}$ طول کمان $= Rad \times R$

$\frac{۳\pi}{۵} \times r_A = \frac{۹\pi}{۲۰} r_B$ $r_A = \frac{۳}{۴} r_B$ $\frac{A_A}{A_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲ \Rightarrow \left(\frac{\frac{۳}{۴} r_B}{r_B}\right)^۲ = \frac{۹}{۴}$

$\boxed{\frac{A_A}{A_B} = \frac{۹}{۴}}$

۹-



$S_{ABC} = \sqrt{۳}$ $\frac{۱}{۲} \times \sqrt{۳} \times \sin ۹۰° \times BC = \sqrt{۳}$ $BC = ۲$ $\sin ۲\hat{C} = ۲\sin\hat{C}\cos\hat{C}$

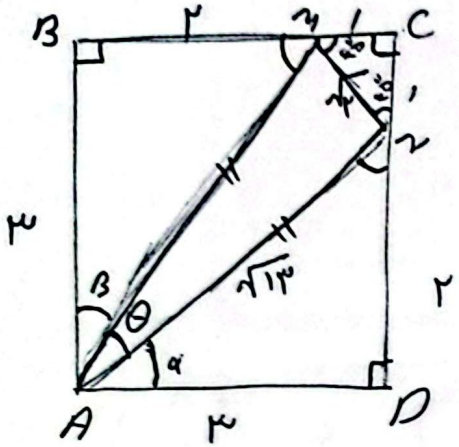
$\sin ۲\hat{C} = ?$ $AC = \sqrt{۳ + ۴} = \sqrt{۷}$

$\sin ۳۰° = \frac{۱}{۲}$ $AB^۲ + BD^۲ = AD^۲$ $\frac{۴}{۷}\sqrt{۳}$

$AD = ۲$ $AB^۲ + ۱ = ۴$ $AB = \sqrt{۳}$

$\sin ۲\hat{C} = ۲\sin\hat{C}\cos\hat{C}$ $\boxed{۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}} \times \frac{۲}{\sqrt{۷}} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۷}}$

ب.



$\sin\theta = ?$

$CM^2 + NC^2 = MN^2 \Rightarrow 1+1 = 2 \quad MN = \sqrt{2}$

$MB^2 + AB^2 = MA^2 \Rightarrow 4+9 = 13 \quad MA = \sqrt{13}$

$S_{\square} = 2 \times 3 = 6$

$S_{ADN} + S_{ABM} + S_{MCN} + S_{AMN} = 6$

$\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 1 + \frac{\sqrt{13} \times \sqrt{13} \times \sin\theta}{2} = 6$

$3 \qquad 3 \qquad \frac{1}{2}$

$+ \frac{13}{2}\sin\theta = 6 \quad \Rightarrow 4.5 + \frac{13}{2}\sin\theta = 6$

$\frac{13}{2}\sin\theta = \frac{3}{2} \quad \boxed{\sin\theta = \frac{3}{13}}$