۱۶٫۵

نام و نام خانوادگی ...طاها حق‌جو... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱.. کلاس ..۱۲.. پسر A دوازدهم

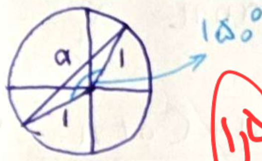
$$\frac{-a\sin\frac{\pi}{3}-b\cos\frac{\pi}{6}}{-a\sin\frac{\pi}{6}+b\cos\frac{\pi}{3}}=\frac{-(a+b)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{(a-b)\left(\frac{1}{2}\right)}=\cancel{-}\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\frac{a+b}{a-b}=\frac{1}{3}$$

۱٫۵ — ۱

$$\Rightarrow 3a+3b=a-b\Rightarrow 2a=-4b\longrightarrow\frac{b}{a}=-\frac{1}{2}\qquad\boxed{b/a=-2}$$

$$3a+3b=b-a\longrightarrow b=-2a$$

$$P\left(\tfrac{1}{2},y\right)\Rightarrow\cos x=\frac{1}{2}\longrightarrow x=60^\circ\xrightarrow{-210^\circ}=210^\circ\longrightarrow$$



$$a=\sqrt{1^2+1^2-2\times1\times1\times\underbrace{\cos150^\circ}_{-\sqrt{3}/2}}=\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

۱٫۵ — ۲

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث}=\sqrt{2+\sqrt{3}}+1+1=\sqrt{2+\sqrt{3}}+2$$

$$\text{زاویه طی شده در یک ساعت}=\frac{\pi}{6}\longrightarrow\frac{\frac{\pi}{9}}{\frac{\pi}{6}}=\frac{x\ \text{min}}{60\ \text{min}}\longrightarrow x=40\ \text{دقیقه}$$

$$\downarrow$$

$$2:40$$

۲ — ۳

$$\theta=\left|30h-\frac{11}{2}M\right|\Rightarrow 20=\left|30\times3-\frac{11}{2}M\right|\Rightarrow\begin{cases}20=90-\frac{11}{2}M\\ 20=-90+\frac{11}{2}M\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}M=\frac{140}{11}\ \text{min}\longrightarrow\text{اولین بار}\\ M=\cancel{22\ \text{min}}\ 20\longrightarrow\text{دومین بار}\end{cases}$$

۱٫۷۵ — ۴

$$\longrightarrow-\frac{1}{2}\leqslant\sin x\leqslant1\Rightarrow-\frac{1}{2}\leqslant\frac{m-3}{5}\leqslant1\Rightarrow-\frac{5}{2}\leqslant m-3\leqslant5$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\leqslant m\leqslant8\longrightarrow m\in\mathbb{Z}:\{1,2,\dots,8\}\longrightarrow 8$$

$$m\in\left(\tfrac{1}{2},8\right]$$

۱٫۷۵ — ۵

$\frac{\cos 15^\circ - k\sin 15^\circ}{-\cos 15^\circ - ۲\sin 15^\circ} = ۳ \xrightarrow[\sin x = ۱]{\text{فرض: } \cos x = ۴} \frac{۴-k}{-۴-۲} = \frac{۴-k}{-۶} = ۳ \to k = ۱۴$

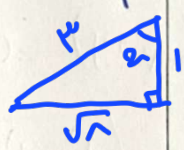
(۱) ۶

$\frac{1-k\tan 15^\circ}{-1-۲\tan 15^\circ} = ۳ \to 1 - k/۴ = -۳ - ۶/۴$

$-k/۴ = -۲۲/۴ \to \boxed{k = ۲۲}$

$۲ + ۲\cos x = ۱ - \cos x \to ۳\cos x = -۱ \to \cos x = -\frac{۱}{۳} \to \sin x = \frac{\sqrt{۲}}{۳}$

$\Rightarrow \tan x = \frac{\frac{\sqrt{۲}}{۳}}{-\frac{۱}{۳}} = -\sqrt{۲}\ , \ \cot x = -\frac{۱}{\sqrt{۲}}$ $\quad \cot x = \frac{-۱}{\sqrt{۸}}$



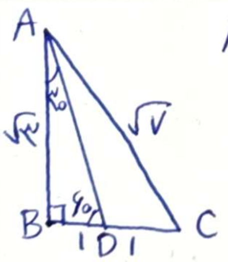
$\frac{\cot x + \cot x}{\tan x - ۲\tan x} = \frac{۲\cot x}{-\tan x} = \frac{-\frac{۲}{\sqrt{۲}}}{\frac{\sqrt{۲}}{۱}} = -\frac{۲}{۲} = -۱$ ۷

$\boxed{-۲\cot^۲ x = -۱/۴}$

(۱)

$\alpha r_A = \beta r_B \Rightarrow \frac{۶\pi}{۱۰} r_A = \frac{۹\pi}{۱۰} r_B \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{۳}{۲}$

$\frac{S_A}{S_B} = \frac{\cancel{\pi} r_A^۲}{\cancel{\pi} r_B^۲} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^۲ = \frac{۹}{۴}$ ✓ (۴) ۸



$AB = \cot ۳۰ = \sqrt{۳} \Rightarrow S_{ABD} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}\ , \ S_{ABD} = \frac{AB \times BD}{۲}$

$S_{ABC} = \frac{AB \times BC}{۲}$ $\Big\}\ \frac{S_{ABC}}{S_{ABD}} = \frac{BC}{BD}$

$= \frac{\sqrt{۳}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = ۲ \to ۲BD = BC \to DC = ۱ \to AC = \sqrt{۷}$ ۹

$\Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}}\ , \ \cos C = \frac{۲}{\sqrt{۷}}$ (۲)

$\Rightarrow \sin ۲C = ۲\sin C\cos C = ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}} \times \frac{۲}{\sqrt{۷}} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۷}$ ✓

$S_{ABM} = \frac{۲\times۳}{۲} = ۳\ , \ S_{CMN} = \frac{۱\times۱}{۲}\ , \ S_{AND} = \frac{۲\times۳}{۲} = ۳\ , \ S_{ABCD} = ۹$

$\to S_{AMN} = ۹ - ۳ - ۳ - \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۲} = \frac{۱}{۲} AM \times AN \times \sin\theta = \frac{۱۳}{۲}\sin\theta$ ۱۰

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{۵}{۱۳}$ ✓ (۴)