۲۰

ماهان گنجی

/ /

(۱) با استفاده از قضیه سینوس ها زوایای مورد نظر را پیدا می کنیم

$\underbrace{\hat B+\hat C}_{120^\circ}+\hat A=180^\circ \longrightarrow \hat A=60^\circ$

$\dfrac{\sin\hat A}{BC}=\dfrac{\sin\hat B}{AC} \Rightarrow \dfrac{\frac{\sqrt3}{2}}{20}=\dfrac{\sin\hat B}{\frac{20\sqrt6}{3}} \longrightarrow \sin\hat B=\dfrac{\sqrt2}{2} \longrightarrow \boxed{\hat B=45^\circ}$

۲

* ملاحظه کنید زاویه $\hat B$ ، ۱۳۵° نمی‌تواند باشد زیرا این است که آنگاه زاویه $\hat C$ منفی خواهد شد

$\hat B+\hat C=120^\circ \Longrightarrow 45^\circ+\hat C=120^\circ \longrightarrow \boxed{\hat C=75^\circ}$

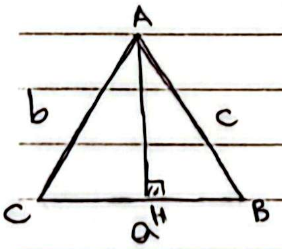
(۲) $\hat A_2+\hat C_2+\hat D=180^\circ \Rightarrow \hat A_2+75^\circ+60^\circ=180^\circ \longrightarrow \hat A_2=45^\circ$

$\dfrac{AC}{\sin\hat D}=\dfrac{DC}{\sin\hat A_2} \longrightarrow \dfrac{AC}{\frac{\sqrt3}{2}}=\dfrac{2\sqrt2}{\frac{\sqrt2}{2}} \longrightarrow AC=2\sqrt3$

۲

$\sin60^\circ=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{x}{2\sqrt3}=\dfrac{\sqrt3}{2} \longrightarrow \boxed{x=3}$

(۳)



$(b^2-2)\dfrac{\sin\hat C}{\sin\hat B}=c \longrightarrow (b^2-2)\times\dfrac{\frac{AH}{AC}}{\frac{AH}{AB}}$

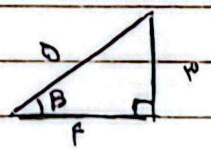
۲

$\longrightarrow (b^2-2)\times\dfrac{AB}{AC}=(b^2-2)\times\dfrac{c}{b}=c \longrightarrow b^2-2=b$

$\longrightarrow b^2-b-2=0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} b=-1 & \text{غ ق ق} \\ \boxed{b=2} \checkmark \end{cases}$

(۴) ابتدا از طریق قضیه کسینوس ها $\cos\hat B$ را پیدا می کنیم

$149=400+441-2\times20\times21\cos\hat B \longrightarrow 840\cos\hat B=672 \longrightarrow \cos\hat B=\dfrac{672}{840}=\dfrac{4}{5}$



$\Rightarrow \boxed{\sin\hat B=\dfrac{3}{5}}$

چون این زاویه حاده است در نتیجه سینوس آن نیز مثبت است

۲

/ /

ساماهان نجفی

۵)

الف) $a^2 = 16 + 4 + 8\sqrt{3} + 12 - 2\times 4\times(2+2\sqrt{3})\times\frac{1}{2} = 24 = a^2 \to \boxed{a = 2\sqrt{6}}$

ب) $\frac{\sin\hat{B}}{4} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{2\sqrt{6}} \Rightarrow \sin\hat{B} = 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\hat{B} = 45^\circ \to \hat{C} = 75^\circ}$

۲

۶) ابتدا از اطلاعات مثلث $A\hat{B}C$ با قضیه کسینوس ها زاویه α را می یابیم

$4 = 1 + 4 - 2\times 1\times 2\times\cos\alpha \longrightarrow \cos\alpha = \frac{1}{4}$

۲

$DE^2 = 16 + 36 - 2\times 4\times 6\times\frac{1}{4} \Rightarrow DE^2 = 40 \Rightarrow \boxed{DE = 2\sqrt{10}}$

۷)

الف) $BC^2 = 25 + 64 - 2\times 5\times 8\times\frac{1}{2} = 89 - 40 = 49 = BC^2 \longrightarrow \boxed{BC = 7}$

۲

ب) $S_{ABC} = \frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 5\times 8 = \boxed{10\sqrt{3}}$

۸) طبق قضیه کسینوس ها داریم:

۲

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$

$\longrightarrow \frac{(b^{\cancel{2}}+c^{\cancel{2}})^2 - a^2}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{b^2+c^2 \overset{+2bc}{\vee} - b^2 - c^2 + 2bc\cos\hat{A}}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{2bc + 2bc\cos\hat{A}}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{2bc(\cos\hat{A}+1)}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \boxed{2}$

۹)

$\frac{a^3+b^3-c^3}{a+b-c} = a^2 \longrightarrow$

۲

$\cancel{a^3} + b^3 - c^3 = \cancel{a^3} + a^2b - a^2c$

$\longrightarrow (b-c)(b^2+bc+c^2) = a^2(b-c) \longrightarrow b^2 + bc + c^2 = a^2$

این معادله شبیه همان فرمول کسینوس ها می باشد در نتیجه می توان نوشت $\boxed{\cos\hat{A} = -\frac{1}{2}}$ است

$\hat{A} = 120^\circ$

۱۰)

$S = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times(3-\cos\theta)(1+3\cos\theta) = 2 \longrightarrow 3 + 9\cos\theta - \cos\theta - 3\cos^2\theta = 8$

$\longrightarrow 3\cos^2\theta - 8\cos\theta + 5 = 0 \longrightarrow \cos\theta = 1 \checkmark$

$\cos\theta = \frac{5}{3} \times$

۲

$a^2 = 4 + 16 - 2\times 2\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{20 - 8\sqrt{3} = a^2}$