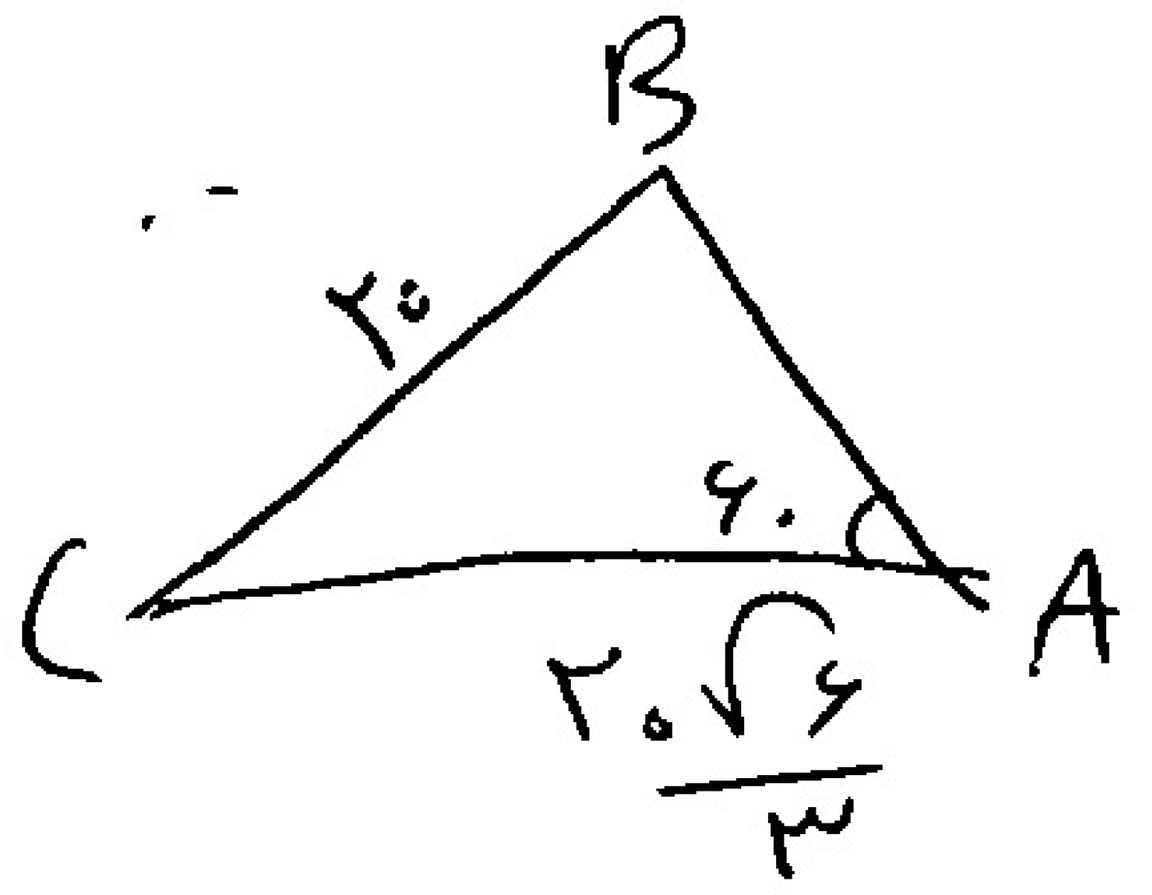
بنام خدا

امیرمهدی اسماعیلی فرد دوازدهم A

۱ -

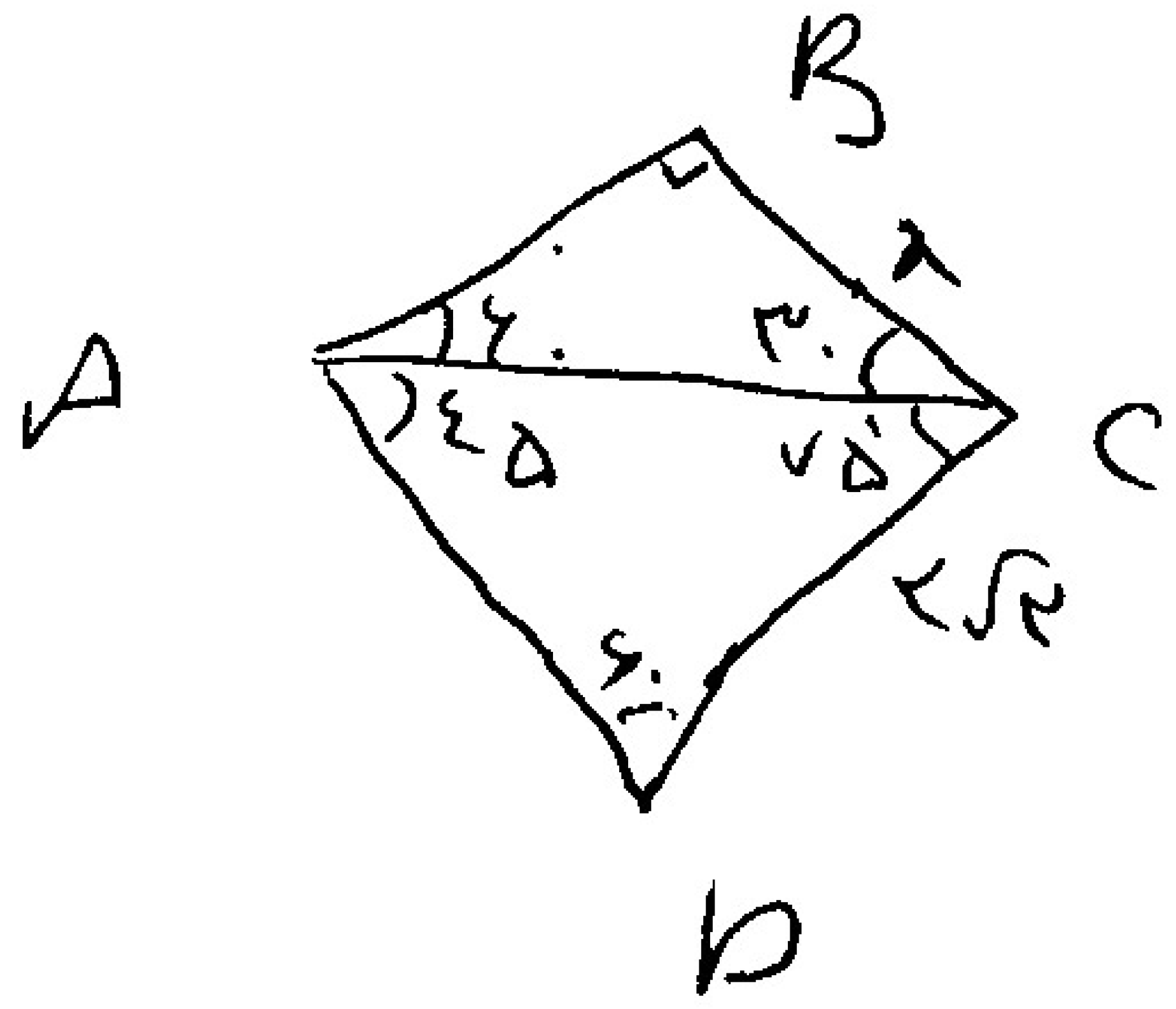


$\hat{C} = 180° - 120° = 60°$

$\frac{20\sqrt{6}}{3 \times \sin B} = \frac{20}{\sin 60}$ ($\sin 60 = \sqrt{3}/2$) $\rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\rightarrow \hat{B} = 45°$, $\hat{A} = 75°$

۲ -



$\frac{2\sqrt{2}}{\sin 45}$ ($\sqrt{2}/2$) $= \frac{AC}{\sin 60}$ ($\sqrt{3}/2$) $\rightarrow AC = 2\sqrt{3}$

$x = 2\sqrt{3} \times \sin 60 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 3$

۳ -

$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin B}{b} \longrightarrow \sin B = \frac{b \sin C}{c}$

$(b^2 - 2)\left(\frac{\sin C}{b \sin C} c\right) = c$

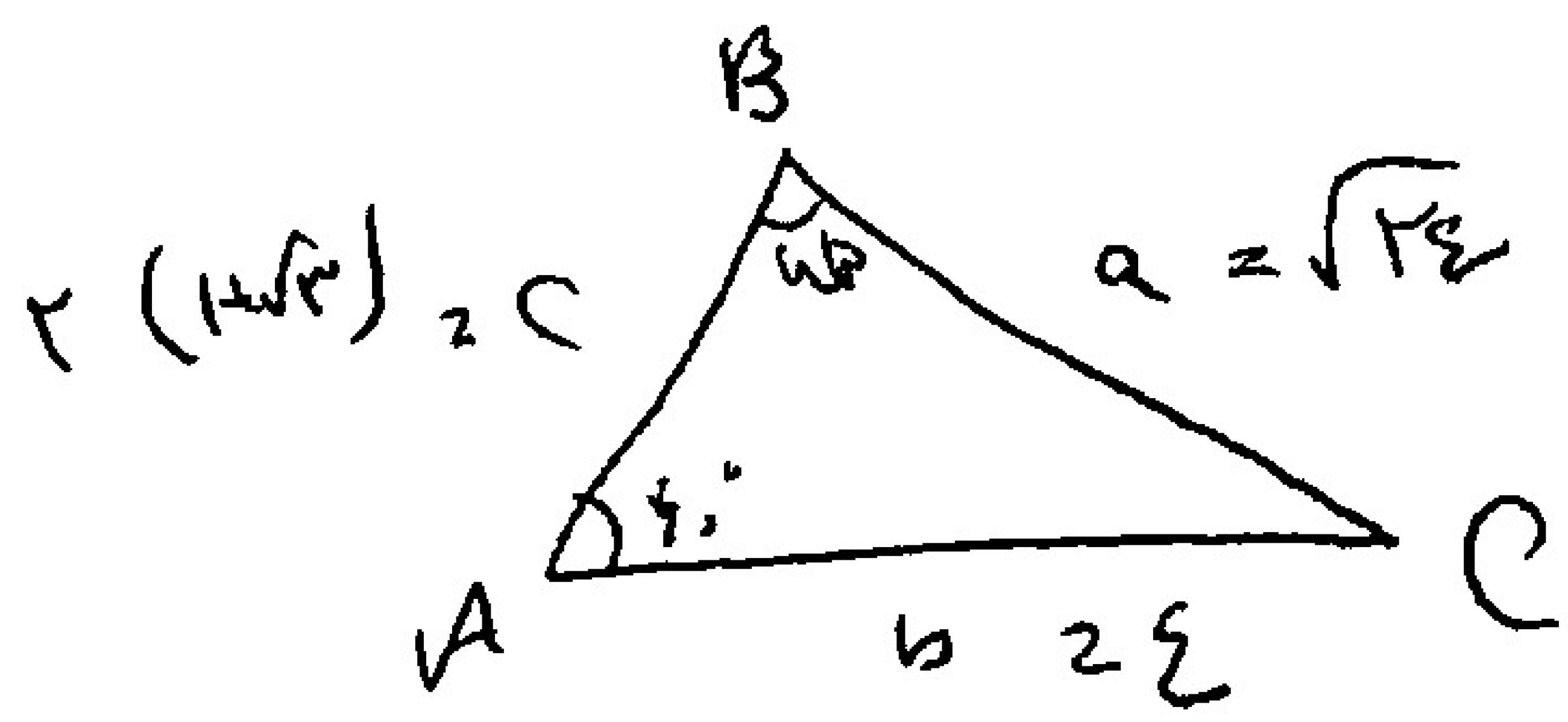
$b^2 - b - 2 = 0 \longrightarrow \begin{cases} b = 2 \checkmark \\ b = -1 \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$ $\frac{b^2 - 2}{b} = 1$ $\boxed{b = 2}$

۴ - قضیه کسینوس ها:

$\sqrt{21^2 + 20^2 - 2 \times 20 \times 21 \cos B} = 13$

$\longrightarrow \cos B = 0/8 \xrightarrow[\sin B, \cos B > 0]{\sin^2 B + \cos^2 B = 1} \boxed{\sin B = 0/6}$

۵ -



الف)

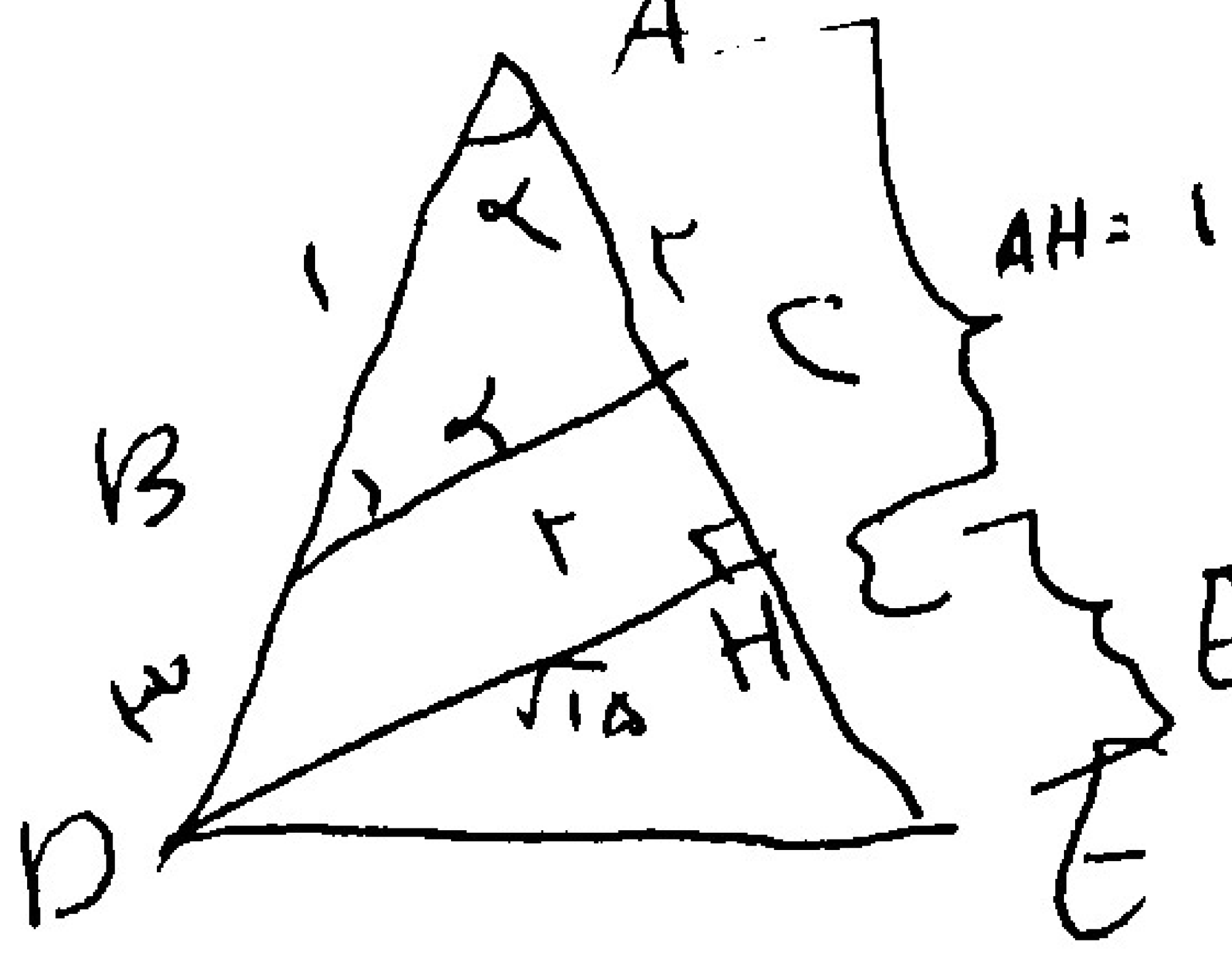
$b^2 + c^2 - 2bc \cos 60 = a^2$

$16 + 16 + 8\sqrt{3} - 16(1+\sqrt{3})\frac{1}{2} = a^2$

$32 + 8\sqrt{3} - 8 - 8\sqrt{3} = a^2 \longrightarrow a = \sqrt{24}$

ب)

$\frac{2 \times \sqrt{24}}{\sin 60 \ (\sqrt{3})} = \frac{4}{\sin B} \longrightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $B = 45°$, $C = 75°$



$1^2+2^2-2\times2\times1\cos\alpha=4 \to \cos\alpha=\frac{1}{4} \to \sin\alpha=\frac{\sqrt{15}}{4}$ — ۶

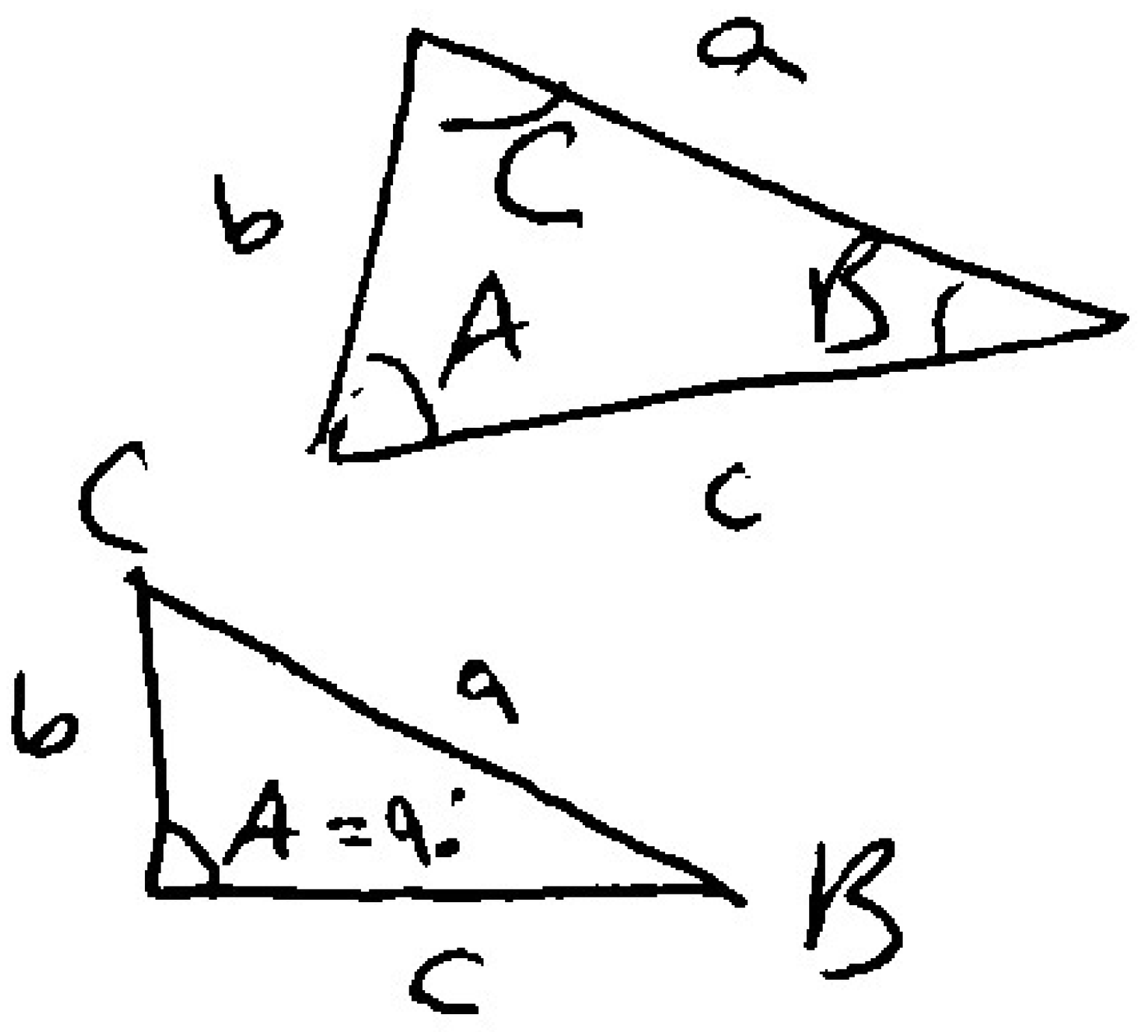
$AD\sin\alpha = DH = \sqrt{15} \to DE^2 = 15 + 25$

$DE=\sqrt{40}$

— ۷

الف) $BC=\sqrt{64+25-\underbrace{80\cos 60^\circ}_{-40}}=7$

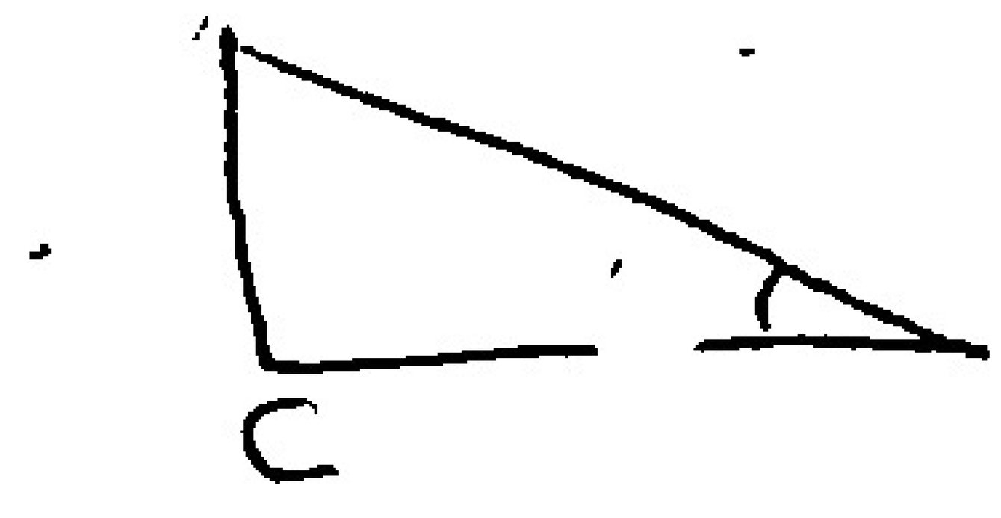
ب) $\frac{1}{2}\times5\times8\times\sin60^\circ = \frac{1}{2}\times5\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$



۸ — برای راحتی در حل سؤال حالت خاص فرض می‌کنیم ← مثلث قائم‌الزاویه

عبارت برای تمامی مثلث‌ها صادق است

$\xrightarrow[\cos A=0]{b^2+c^2=a^2} \frac{b^2+c^2+2bc-a^2}{bc\cos A+bc}=\frac{a^2-a^2+2bc}{bc}=2$



$a^3+b^3-c^3=a^3+ba^2-ca^2$ — ۹

طرفین را ... $\rightarrow (b-c)(b^2+c^2+bc)=a^2(b-c)$

$\xrightarrow{b\neq c} b^2+c^2+\underbrace{bc}_{-2bc\cos\theta}=a^2$

$\rightarrow bc=-2bc\cos\theta \to \cos\theta=-\frac{1}{2}$

$S=2=\frac{1}{2}\times\sin 30^\circ \times(3-\cos\theta)(1+3\cos\theta)$ — ۱۰

$8=-3\cos^2\theta+8\cos\theta+3 \xrightarrow{\text{حل معادله درجه ۲}} \begin{cases}\cos\theta=\frac{5}{3} & \text{غ ق ق}\\ \cos\theta=1 & \checkmark\end{cases}$

$AC=4$

$AB=2$

$a^2=16+4-2\times2\times4\times\cos30^\circ\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=20-8\sqrt{3}$