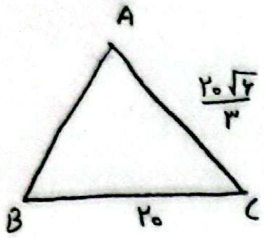
نام و نام خانوادگی: حسام رفیع زاده

« به نام خدا »

مقطع: دوازدهم پسر A

شماره تکلیف: ۱۳

۱-



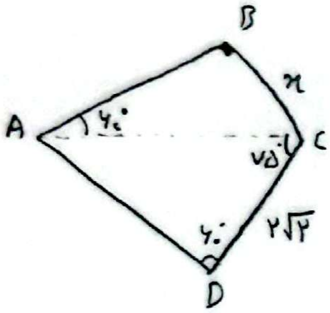
$\hat{B}+\hat{C}=۱۲۰^\circ \ , \ \hat{B},\hat{C}=?$

$\triangle ABC: \hat{A}+\underbrace{\hat{B}+\hat{C}}_{۱۲۰^\circ}=۱۸۰^\circ \to \hat{A}=۶۰^\circ$

قضیه‌ی سینوس ها : $\frac{BC}{\sin\hat{A}}=\frac{AC}{\sin\hat{B}} \to \frac{۲۰}{\sqrt{۳}/۲}=\frac{۲۰\sqrt{۶}/۳}{\sin\hat{B}} \to \sin\hat{B}=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \to \boxed{\hat{B}=۴۵^\circ}$

$\xrightarrow{\hat{B}+\hat{C}=۱۲۰^\circ} \boxed{\hat{C}=۷۵^\circ}$

۲-

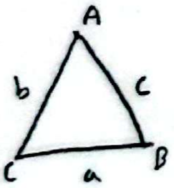


$\triangle ADC: \hat{A}_1+\hat{D}+\hat{C}_1=۱۸۰^\circ \to \hat{A}_1+۷۵+۶۰=۱۸۰^\circ \to \hat{A}_1=۴۵^\circ$

قضیه‌ی سینوس ها : $\frac{DC}{\sin\hat{A}_1}=\frac{AC}{\sin\hat{D}} \to \frac{۲\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}/۲}=\frac{AC}{\sqrt{۳}/۲} \to AC=۲\sqrt{۳}$

$\triangle ABC: \hat{B}=۹۰^\circ \to \sin۶۰^\circ=\frac{x}{AC} \to \frac{\sqrt{۳}}{۲}=\frac{x}{۲\sqrt{۳}} \to \boxed{x=۳}$

۳-

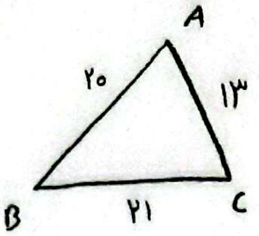


$(b^۲-۲)\frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}=c$

قضیه‌ی سینوس ها : $\frac{c}{\sin\hat{C}}=\frac{b}{\sin\hat{B}} \to \frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}=\frac{c}{b}$ ①

$(b^۲-۲)\frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}}=c \xrightarrow{①} (b^۲-۲)\frac{\cancel{c}}{b}=\cancel{c} \to b-\frac{۲}{b}=۱ \to \boxed{b=۲}$

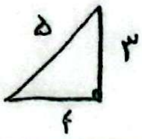
۴-



$\sin\hat{B} = ?$

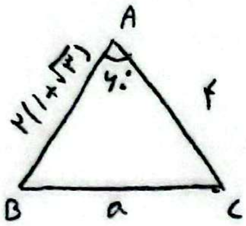
قضیه‌ی کسینوس ها : $AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ - ۲ \times AB \times BC \times \cos\hat{B}$

$\rightarrow ۱۶۹ = ۴۰۰ + ۴۴۱ - ۲ \times ۲۰ \times ۲۱ \times \cos\hat{B} \rightarrow \cos\hat{B} = \frac{۴}{۵}$



$\boxed{\sin\hat{B} = \frac{۳}{۵}}$

۵-



الف) اندازه‌ی ضلع a را بیابید.

قضیه‌ی کسینوس ها : $a^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲ \times AB \times AC \times \cos\hat{A}$

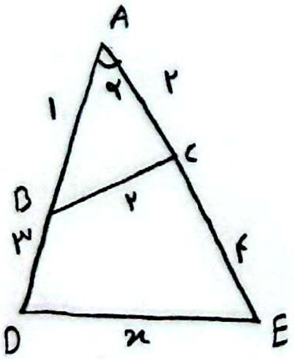
$\rightarrow a^۲ = ۱۶ + ۸\sqrt{۳} + ۱۶ - ۲ \times ۴ \times ۲ \times (۱+\sqrt{۳}) \times \frac{۱}{۲}$

$\rightarrow a^۲ = ۲۴ \rightarrow a = \sqrt{۲۴} \rightarrow a = ۲\sqrt{۶}$

ب) زاویه های $\hat{B}$ و $\hat{C}$ مشخص کنید.

قضیه‌ی سینوس ها : $\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{AC}{\sin\hat{B}} \rightarrow \frac{۲\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۴}{\sin\hat{B}} \rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \hat{B} = ۴۵°, \hat{C} = ۷۵°$

۶-



$x = ?$

قضیه‌ی کسینوس ها در ΔABC : $BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲ \times AB \times AC \times \cos\hat{\alpha}$

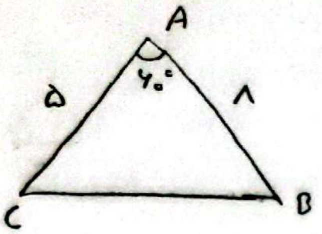
$\rightarrow ۴ = ۱ + ۴ - ۲ \times ۱ \times ۲ \times \cos\hat{\alpha} \rightarrow \cos\hat{\alpha} = \frac{۱}{۴}$

قضیه‌ی کسینوس ها در مثلث ADE : $DE^۲ = AD^۲ + AE^۲ - ۲ \times AD \times AE \times \cos\hat{\alpha}$

$\rightarrow DE^۲ = ۴^۲ + ۶^۲ - ۲ \times ۴ \times ۶ \times \frac{۱}{۴} \rightarrow DE^۲ = ۴۰$

$\rightarrow DE = x = \boxed{۲\sqrt{۱۰}}$

۷-



الف) طول ضلع BC = ؟

قضیه کسینوس ها: $BC^۲ = AC^۲ + AB^۲ - ۲\times AC\times AB\times \cos\hat{A}$

$\rightarrow BC^۲ = ۲۵ + ۶۴ - \cancel{۲}\times ۵\times ۸\times \frac{۱}{\cancel{۲}} \rightarrow BC^۲ = ۴۹ \rightarrow \boxed{BC = ۷}$

ب) مساحت مثلث ABC .

$S_{\triangle ABC} = \frac{۱}{۲}\times AC\times AB\times \sin\hat{A} = \frac{۱}{۲}\times ۵\times ۸\times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \boxed{۱۰\sqrt{۳}}$

۸-

$\frac{(b+c)^۲ - a^۲}{bc(\cos\hat{A}+۱)} = ?$

قضیه کسینوس ها: $a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲\times bc\times \cos\hat{A}$ ①

$\xrightarrow{①} \frac{b^۲+c^۲+۲bc-b^۲-c^۲+۲bc\cos\hat{A}}{bc(\cos\hat{A}+۱)} = \frac{۲bc+۲bc\cos\hat{A}}{bc(\cos\hat{A}+۱)} = \frac{۲bc(\cos\hat{A}+۱)}{bc(\cos\hat{A}+۱)} = \boxed{۲}$

۹-

$\cos\hat{A} = ?$

$\frac{a^۳+b^۳-c^۳}{a+b-c} = a^۲ \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} \cancel{a^۳}+b^۳-c^۳ = \cancel{a^۳}+a^۲b-a^۲c \rightarrow b^۳-c^۳ = a^۲b-a^۲c$

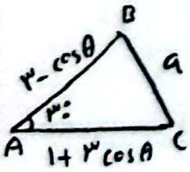
$\rightarrow \cancel{(b-c)}(b^۲+c^۲+bc) = a^۲\cancel{(b-c)} \rightarrow a^۲ = b^۲+c^۲+bc$ ①

قضیه کسینوس ها: $a^۲ = b^۲+c^۲-۲bc\times\cos\hat{A}$ ②

$\xrightarrow{①,②} -۲bc\times\cos\hat{A} = bc$

$\rightarrow \boxed{\cos\hat{A} = -\frac{۱}{۲}}$

۱۰-



$S_{\triangle ABC} = \frac{۱}{۲}\times AB\times AC\times \sin ۳۰^\circ \rightarrow ۲ = \frac{۱}{۴}\times(۳-\cos\theta)(۱+۳\cos A) \rightarrow \cos\theta = ۱$

قضیه کسینوس ها: $a^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲\times AB\times AC\times \cos\hat{A} \rightarrow$

$a^۲ = ۴ + ۱۶ - ۲\times ۳\times ۴\times \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow \underset{\text{جواب}}{\boxed{a^۲ = ۲۰-۸\sqrt{۳}}} \rightarrow a = \sqrt{۲۰-۸\sqrt{۳}}$