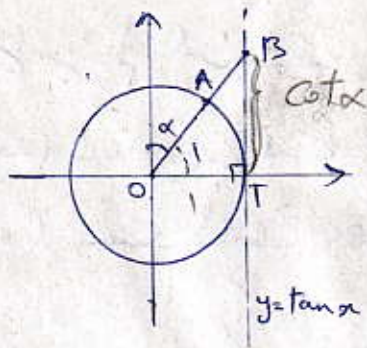


برہام سُرعی ۱۹،۷۵

۱۔ در دائرہ مثلثی متقابل طویل پارہ خط AB ایڈسٹ آوریو۔  
(طویل پارہ خط را بر حسب  $\sin \alpha$  اسی)



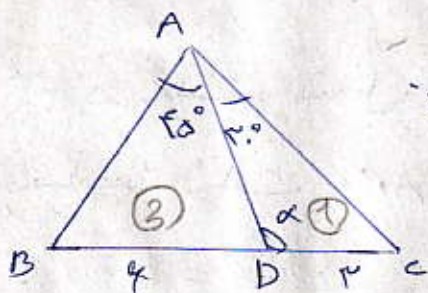
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{TB}{OT} = \frac{TB}{1} = TB \rightarrow TB = \cot \alpha$$

$$OB = \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} = \sqrt{1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}} = \left| \frac{1}{\sin \alpha} \right|$$

$$AB = OB - OA$$

$$AB = \left| \frac{1}{\sin \alpha} \right| - 1 \xrightarrow[\text{OB}]{\text{1 سے } \alpha} AB = \frac{1}{\sin \alpha} - 1$$

۱،۷۵



۲۔ در مثل متقابل شیب  $\frac{AB}{AC}$  ایڈسٹ آوریو۔  
چون  $BD = 2DC$  پس مساحت  $ABD$  برابر مساحت مثلث  $ADC$  بنت۔

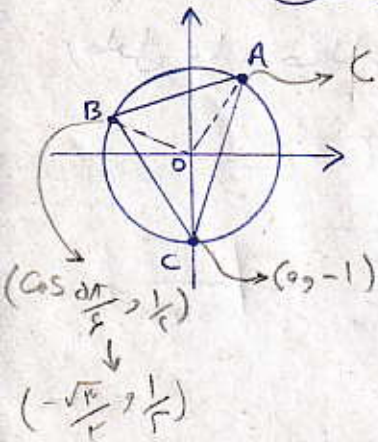
$$2S_1 = S_2 \quad 2 \times \left( \frac{1}{2} \times AC \times AD \times \sin 60^\circ \right) = \frac{1}{2} \times AB \times AD \times \sin 45^\circ$$

$$\frac{1}{2} AC = \frac{\sqrt{2}}{2} AB \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

۲

برهان شریقی

۳- در دایره مثلثاتی مقابل طول نقطه A برابر  $\frac{1}{r}$  و عرض نقطه B برابر  $\frac{1}{r}$  است.



الف) مساحت مثلث ABC را بدست آورید.

ب) محدد مثلث ABC را بدست آورید.

$$S = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \frac{1}{r} & \frac{\sqrt{3}}{r} & 1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{r} & \frac{1}{r} & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{r} \left| \left( \frac{1}{r} + \frac{\sqrt{3}}{r} + 0 \right) - \left( -\frac{\sqrt{3}}{r} + 0 + \left( -\frac{1}{r} \right) \right) \right|$$

$$S = \frac{3 + \sqrt{3}}{r} \quad \checkmark$$

$$AB = \sqrt{\left( \frac{1}{r} + \frac{\sqrt{3}}{r} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{r} - \frac{1}{r} \right)^2} = \sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{\left( \frac{1}{r} - 0 \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{3}}{r} + 1 \right)^2} = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

$$BC = \sqrt{\left( -\frac{\sqrt{3}}{r} - 0 \right)^2 + \left( \frac{1}{r} + 1 \right)^2} = \sqrt{3}$$

۴- در مثلث مقابل  $AC = \log_2 16$  و  $BC = \log_2 27$  است. مساحت مثلث ABC را بدست آورید.



$$AH = 4 \log_2 2 \times \sin 60^\circ = 4 \log_2 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \log_2 2$$

$$CH = \sqrt{16(\log_2 2)^2 - 12(\log_2 2)^2} = 2 \log_2 2$$

$$BH = \sqrt{9(\log_2 3)^2 - 4(\log_2 2)^2} \quad \log_2 3 = \frac{1}{\log_2 3}$$

$$BH = \sqrt{\frac{9}{(\log_2 3)^2} - 4(\log_2 2)^2} = \sqrt{9 - 4(\log_2 2)^2} \log_2 2$$

$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin 60^\circ$$

$$S = \frac{1}{2} \times 4 \log_2 2 \times \left( \frac{\sqrt{9 - 4(\log_2 2)^2}}{\log_2 2} + 2\sqrt{3} \log_2 2 \right)$$

$$S = \sqrt{9 - 4(\log_2 2)^2} + 2\sqrt{3} (\log_2 2)^2$$

۵- اگر باقیمانده تقسیم عبارت  $2x^4 - x^2 - \sin^2 \alpha (2\sin^2 \alpha - 1)$  بر  $x - \cos \alpha$  برابر با ۱ باشد، محاسبه کنید.

$$2\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha (2\sin^2 \alpha - 1) = 2\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha - 2\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha$$

$$2(\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha) - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$\longrightarrow \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 \longrightarrow \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \xrightarrow{\cos^2 \alpha = 1} \sin^2 \alpha = 0$$

۶- نمودارهای مثلثاتی زیر را درباره‌های خواسته شده با ذکر دوره تناوب رسم کنید.

الف)  $y = -2 \sin x \cos x + 2$

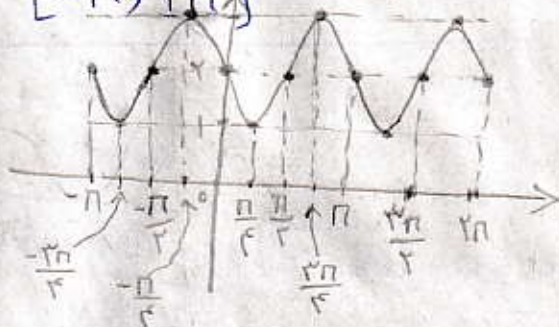
$[-\pi, \pi]$

ب)  $y = 2 \cos(x + \frac{1}{2}\pi) + 1$

$[-\pi, \pi]$

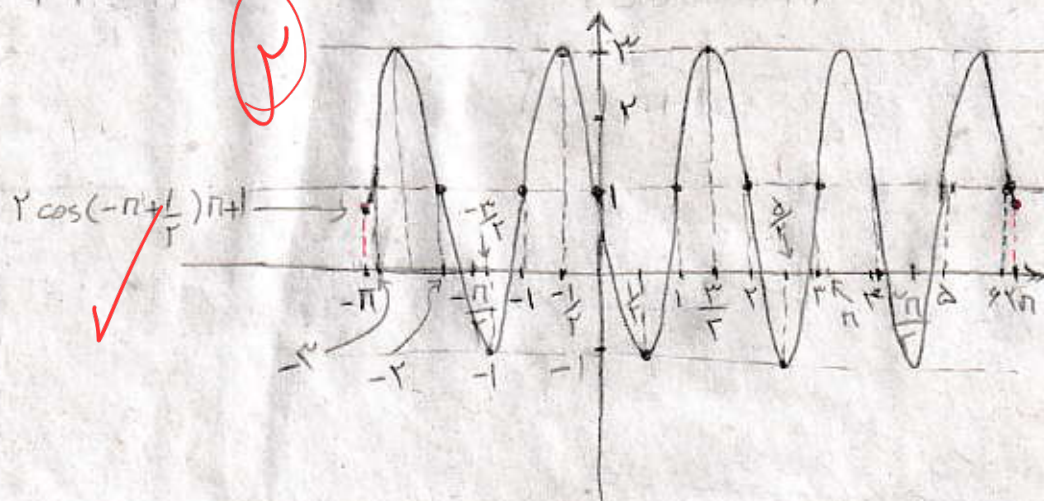
الف)  $-2 \sin x \cos x + 2 = -\sin^2 x + 2$

$$T = \frac{2\pi}{|1|} = \pi$$

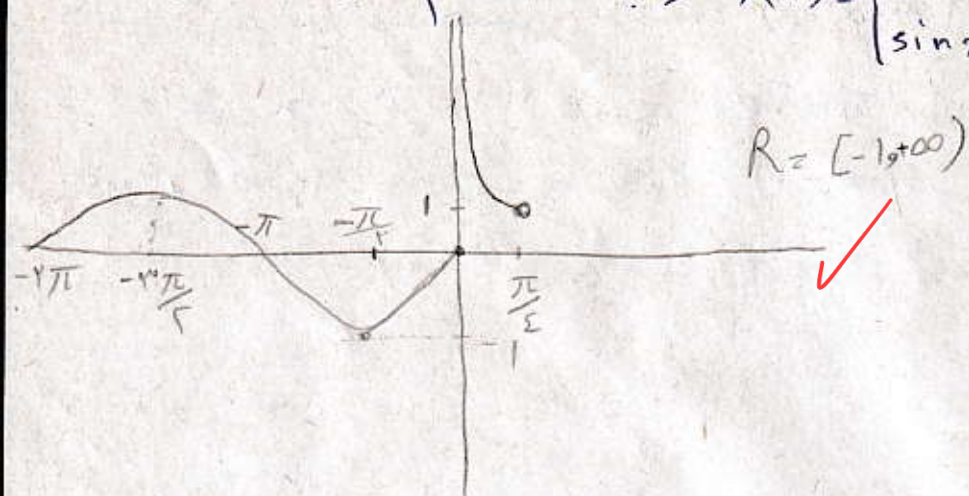


ب)  $2 \cos(x + \frac{1}{2}\pi) + 1$

$$T = \frac{2\pi}{|1|} = 2$$

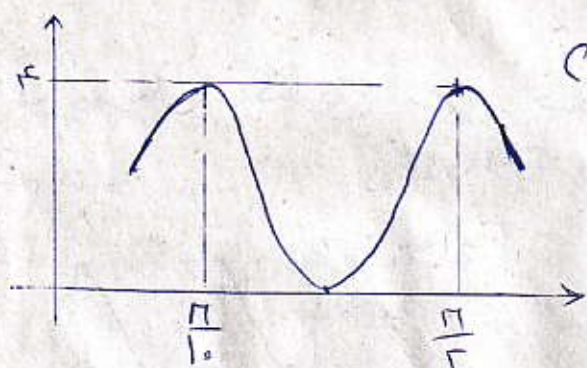


پرهام شریعی  
۷- فرد تابع  $f(x) = \begin{cases} \cot x & 0 < x < \pi \\ \sin x & x \leq 0 \end{cases}$  را یک رسم شکل مشخص کنید.



۲

۸- شکل مقابل بخشی از نمودار  $f(x) = a + b \sin(cx) \cos(cx) \cos(2cx)$  است. مقدار  $\frac{bc}{a}$  را بیابید. ( $c > 0$ )



$$f(x) = a + b \underbrace{\sin(cx) \cos(cx)}_{\frac{1}{2} \sin(2cx)} \underbrace{\cos(2cx)}_{\frac{1}{2} \sin(4cx)} = a + \frac{b}{4} \sin(4cx)$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{d}{2}} = \frac{2\pi}{|4c|} \rightarrow |4c| = d \rightarrow 4c = d \rightarrow c = \frac{d}{4}$$

۲

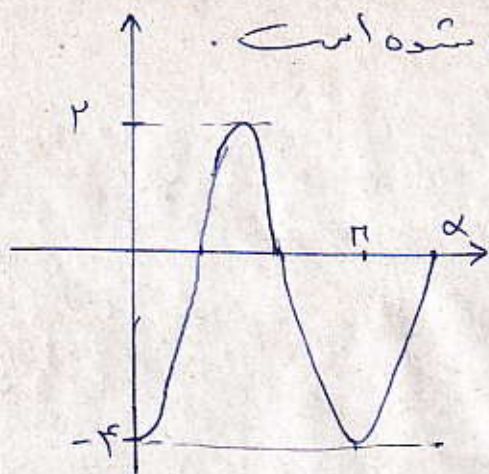
$$a = \frac{4+0}{4} = 1$$

$$\frac{|b|}{4} = \frac{4-0}{4} = 1 \xrightarrow[\substack{\text{در معادله صدق کند} \\ b > 0}}{\frac{(\frac{\pi}{10}, 4)}{}} b = 4 \Rightarrow f(x) = 1 + 4 \sin(dx)$$

$$\frac{bc}{a} = \frac{4 \times \frac{d}{4}}{1} = d \quad \checkmark$$

پیرهام شریعتی  
4- نمودار  $f(x) = a \cos bx + c$  رسم شده است.

حاصل  $|\tan 2\alpha|$  - ایاباید



$$c = \frac{2 + (-4)}{2} = -1$$

$$|a| = \frac{2 - (-4)}{2} = 3 \rightarrow a = -3$$

$$T = \pi = \frac{2\pi c}{|b|} \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = -3 \cos 2x - 1$$

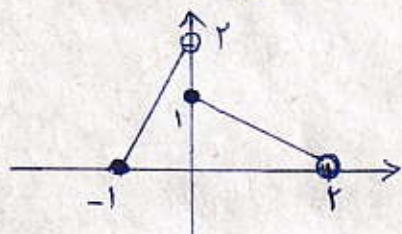
$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\rightarrow -\frac{1}{3} = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \rightarrow \tan^2 \alpha = 2 \rightarrow \tan \alpha = \pm \sqrt{2}$$

$$|\tan 2\alpha| = \left| \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \right| \rightarrow |\tan 2\alpha| = \left| \frac{\pm 2\sqrt{2}}{-1} \right| = 2\sqrt{2}$$

(۲)

1- اگر مثلث مقابل از نمودار تابع متناوب  $y = f(x)$  با دوره تناوب ۳ یا ۳۴ حاصل  $f(-34/5)$  - ایاباید



تکلیف رود و با دوره تناوب ۳ در بازه  $[1, 2]$  به صورت زیر است

$$f(-34/5) = f(1/5) = f(1/5)$$

$$f(1/5) = -\frac{1}{4} \left( \frac{3}{4} \right) + 1 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow f(-34/5) = \frac{1}{4}$$

(۲)