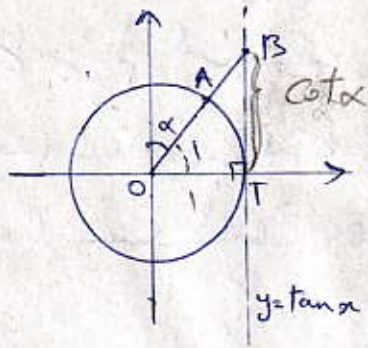


برہام سُرعی

۱۔ در دائرہ  $\angle$  متعلق متقابل طویل پارہ خط  $AB$  ایڈسٹ آوریو۔  
(طویل پارہ خط را بر حسب  $\sin \alpha$  اسیے)

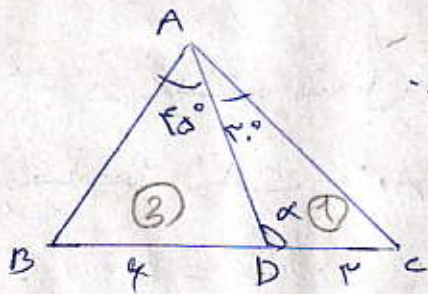


$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{TB}{OT} = \frac{TB}{1} = TB \rightarrow TB = \cot \alpha$$

$$OB = \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} = \sqrt{1 + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}} = \left| \frac{1}{\sin \alpha} \right|$$

$$AB = OB - OA$$

$$AB = \left| \frac{1}{\sin \alpha} \right| - 1$$



۲۔ در شکل متقابل شیب  $\frac{AB}{AC}$  را ایڈسٹ آوریو۔  
چون  $BD = 2DC$  پس مساحت  $ABD$  برابر مساحت مثلث  $ADC$  است۔  
 $2S_1 = S_2$

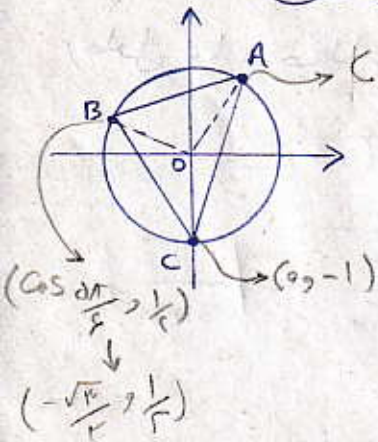
$$2 \times \left( \frac{1}{2} \times AC \times AD \times \sin 45^\circ \right) = \frac{1}{2} \times AB \times AD \times \sin 45^\circ$$

$$\frac{1}{2} AC = \frac{\sqrt{2}}{2} AB \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$



برهان شریقی

۳- در دایره مثلثاتی مقابل طول نقطه A برابر  $\frac{1}{r}$  و عرض نقطه B برابر  $\frac{1}{r}$  است.



(الف) مساحت مثلث ABC را بدست آورید.

(ب) محدد مثلث ABC را بدست آورید.

$$S = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \frac{1}{r} & \frac{\sqrt{3}}{r} & 1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{r} & \frac{1}{r} & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{r} \left| \left( \frac{1}{r} + \frac{\sqrt{3}}{r} + 0 \right) - \left( -\frac{\sqrt{3}}{r} + 0 + \left( -\frac{1}{r} \right) \right) \right|$$

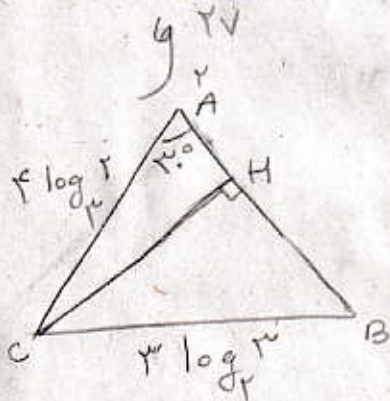
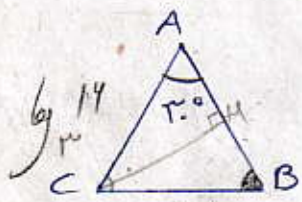
$$S = \frac{3 + \sqrt{3}}{r}$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{\left(\frac{1}{r} + \frac{\sqrt{3}}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{r} - \frac{1}{r}\right)^2} = \sqrt{2} \\ \overline{AC} &= \sqrt{\left(\frac{1}{r} - 0\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{r} + 1\right)^2} = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \\ \overline{BC} &= \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}}{r} - 0\right)^2 + \left(\frac{1}{r} + 1\right)^2} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

فاصله  
نقطه  $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$\frac{1}{r} = \sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}$

۴- در مثلث مقابل  $AC = \log_2 16$  و  $BC = \log_2 27$  است. مساحت مثلث ABC را بیابید.



$$AH = 4 \log_2 2 \times \sin 60^\circ = 4 \log_2 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \log_2 2$$

$$CH = \sqrt{16(\log_2 2)^2 - 12(\log_2 2)^2} = 2 \log_2 2$$

$$BH = \sqrt{9(\log_2 3)^2 - 4(\log_2 2)^2} \quad \log_2 3 = \frac{1}{\log_2 3}$$

$$BH = \sqrt{\frac{9}{(\log_2 3)^2} - 4(\log_2 2)^2} = \sqrt{9 - 4(\log_2 2)^2} \log_2 2$$

$$S = \frac{1}{r} AB \times AC \times \sin 60^\circ$$

$$S = \frac{1}{r} \times 4 \log_2 2 \times \left( \frac{\sqrt{9 - 4(\log_2 2)^2}}{\log_2 2} + 2\sqrt{3} \log_2 2 \right)$$

$$S = \sqrt{9 - 4(\log_2 2)^2} + 2\sqrt{3} (\log_2 2)^2$$



۵- اگر باقیمانده تقسیم عبارت  $2x^4 - x^2 - \sin^2 \alpha (2\sin^2 \alpha - 1)$

بر  $x - \cos \alpha$  برابر با ۱ باشد، محاسبه کنید.

$$2\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha (2\sin^2 \alpha - 1) = 2\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha - 2\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha$$

$$2(\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha) - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

۱

$$\longrightarrow \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 \longrightarrow \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \xrightarrow{\cos^2 \alpha = 1} \sin^2 \alpha = 0$$

۶- نمودارهای مثلثاتی زیر را درباره‌های خواسته شده با ذکر دوره تناوب

الف)  $y = -2 \sin x \cos x + 2$

$[-\pi, \pi]$

رسم کنید.

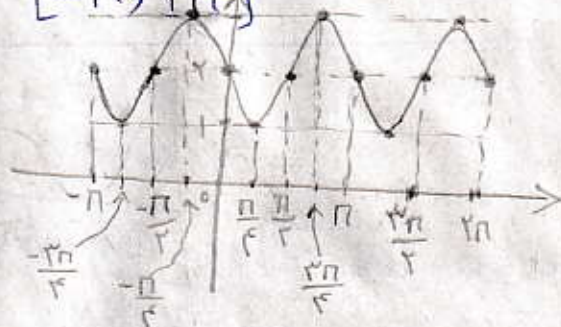
ب)  $y = 2 \cos(x + \frac{1}{2}\pi) + 1$

$[-\pi, \pi]$

الف)  $-2 \sin x \cos x + 2 = -\sin^2 x + 2$

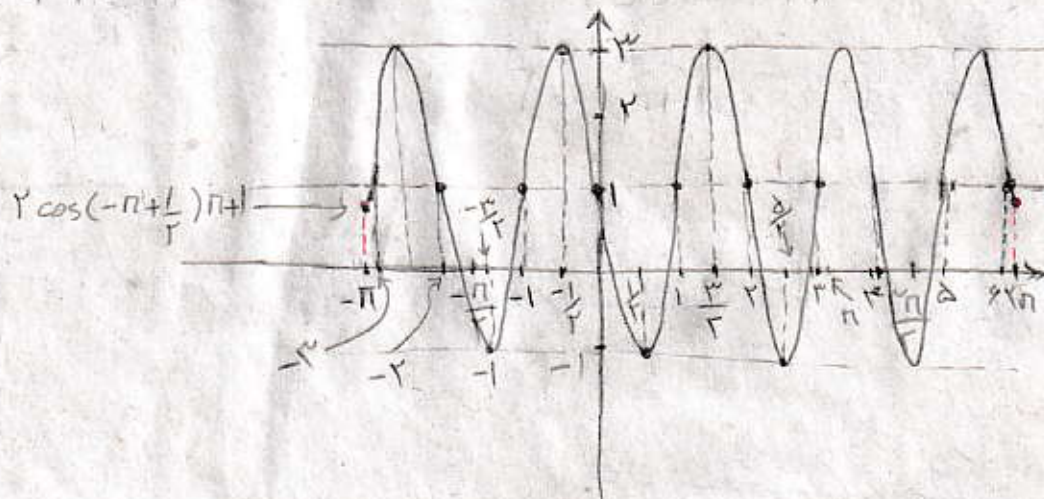
$\frac{1}{2} \sin^2 x$

$T = \frac{2\pi}{|1|} = \pi$



ب)  $2 \cos(x + \frac{1}{2}\pi) + 1$

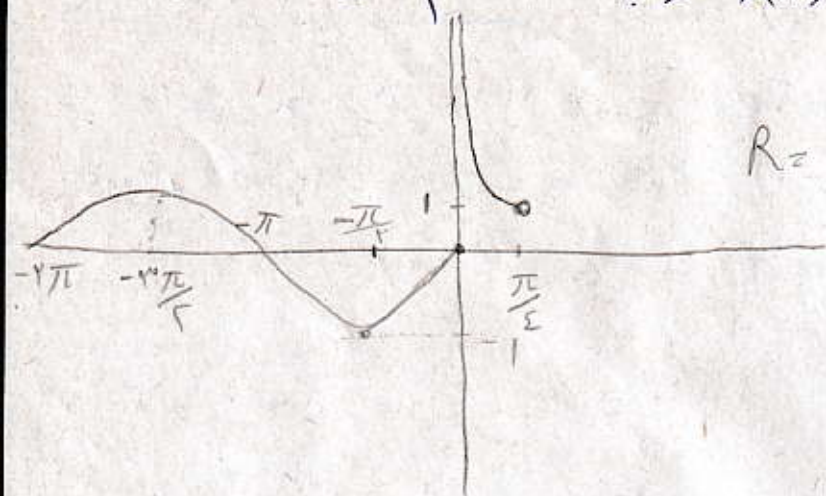
$T = \frac{2\pi}{|1|} = 2$





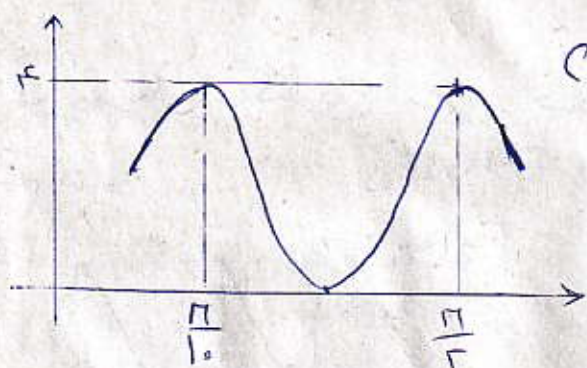
پرهام شریعی  
۷- فرد تابع  $f(x) = \begin{cases} \cot x & 0 < x < \pi \\ \sin x & x \leq 0 \end{cases}$  را یک رسم شکل مشخص کنید.

$$R = [-1, +\infty)$$



۱- شکل مقابل بخشی از نمودار  $f(x) = a + b \sin(cx) \cos(cx) \cos(cx)$

است. مقدار  $\frac{bc}{a}$  را بیابید. ( $c > 0$ )



$$\frac{1}{2} \sin(4cx)$$

$$f(x) = a + b \underbrace{\sin(cx) \cos(cx) \cos(cx)}_{\frac{1}{2} \sin(4cx)} = a + \frac{b}{2} \sin(4cx)$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{4}{\delta}} = \frac{2\pi}{4\delta} \rightarrow |4\delta| = \delta \rightarrow 4\delta = \delta \rightarrow \delta = \frac{\delta}{4}$$

$$a = \frac{4+0}{2} = 2$$

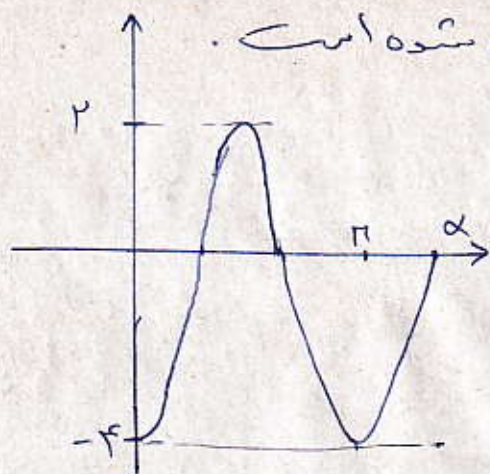
$$\frac{|b|}{4} = \frac{4-0}{2} = 2 \xrightarrow[\substack{\text{در معادله صدق کند} \\ b > 0}]{\left(\frac{\pi}{10}, 4\right)} b = 8 \Rightarrow f(x) = 2 + 8 \sin(4x)$$

$$\frac{bc}{a} = \frac{8 \times \frac{\delta}{4}}{2} = \delta$$



4- برهه‌ام شریعتی نمودار  $f(x) = a \cos bx + c$  رسم شده است.

حاصل  $|\tan 2\alpha|$  - ایا باید:



$$c = \frac{2 + (-4)}{2} = -1$$

$$|a| = \frac{2 - (-4)}{2} = 3 \rightarrow a = -3$$

$$T = \pi = \frac{2\pi c}{|b|} \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = -3 \cos 2x - 1$$

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$$

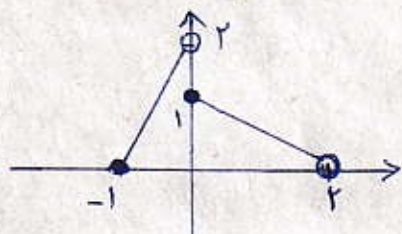
$$\rightarrow -\frac{1}{3} = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \rightarrow \tan^2 \alpha = 2 \rightarrow \tan \alpha = \pm \sqrt{2}$$

$$|\tan 2\alpha| = \left| \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \right| \rightarrow |\tan 2\alpha| = \left| \frac{\pm 2\sqrt{2}}{-1} \right| = 2\sqrt{2}$$

چون نمودار نسبت به محور y ها و x ها متقارن است

چون نمودار  $\cos x$  است علامت b مثبت می باشد

1- اگر مثلث مقابل از نمودار تابع متناوب  $y = f(x)$  با دوره تناوب 3 یا 6 حاصل  $f(-\frac{3\pi}{4})$  - ایا باید:



تکلیف رو سه دوره تناوب 3 در بازه ی (2, 1) به صورت زیر است

پس به  $-\frac{3\pi}{4}$  ،  $\frac{3\pi}{4}$  افاده می کنیم تا نقطه ای نیز با آن ایا باید

$$f(-\frac{3\pi}{4}) = f(1 - \frac{1}{2}) = f(\frac{1}{2}) \quad \leftarrow \text{منطقه تابع در بازه (2, 1)}$$

$$\rightarrow f(-\frac{3\pi}{4}) = \frac{1}{4}$$