۱۹٫۲۵

ماهان گنجی

/ /

۱) از آنجایی که شعاع دایره مثلثاتی یک واحد هست داریم:

$BT = \tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cot\alpha$

$\Rightarrow OB = \sqrt{1 + \cot^2\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha} \rightarrow AB = \frac{1}{\sin\alpha} - 1 = \frac{1 - \sin\alpha}{\sin\alpha}$

۲

۲) از آنجا که سینوس زوایای مثلث با نظیر برابر است پس داریم:

$\frac{AC}{\sin\alpha} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6 \Rightarrow AC = 6 \times \sin\alpha$

$\frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{6}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 6\sqrt{2} \rightarrow AB = 6\sqrt{2} \times \sin\alpha$

$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{6\sqrt{2} \times \cancel{\sin\alpha}}{6 \times \cancel{\sin\alpha}} = \boxed{\sqrt{2}}$

۲

۳) ابتدا با توجه به مختصات نقاط A، B، C مساحت مثلث را پیدا می‌کنیم:

$A(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}), B(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}), C(0, -1)$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \boxed{\frac{3+\sqrt{3}}{4}}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\left|\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}) + \frac{\sqrt{3}}{2}(-1 - \frac{\sqrt{3}}{2})\right| = \frac{+\sqrt{3}+2}{8} = S_{ABC}$

ب)

$AB = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{4}} = \sqrt{2}$

$BC = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3}$

$AC = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \sqrt{3} + 1} = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{P = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}$

۱٫۵

۴)

۲

Parsian

CamScanner

/ /

ماهان نجفی

۵) طبق نکته گفته شده در صفحه تکلیف پیش می‌بریم:

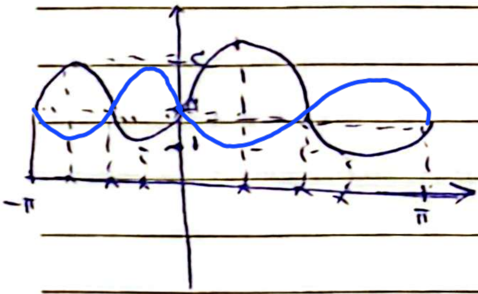
$x = \cos\alpha \to 2\cos^4\alpha - \cos^2\alpha + \sin^2\alpha(\sin^2\alpha - \cos^2\alpha) = 1$

$\to \cos^2\alpha(2\cos^2\alpha - 1) + \sin^2\alpha(\cos^2\alpha) \Rightarrow \cos^2\alpha\cos2\alpha + \sin^2\alpha\cos2\alpha = \cos2\alpha = 1$

$\to \sin^2\alpha = 0$ ✓

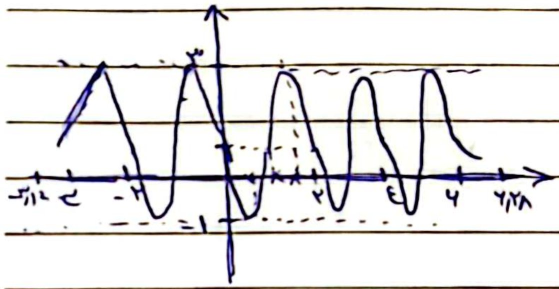
۲

۶) الف) $y = -2\sin x\cos x + 2 \Rightarrow y = -\sin2x + 2 \quad (T = \pi)$ ✓



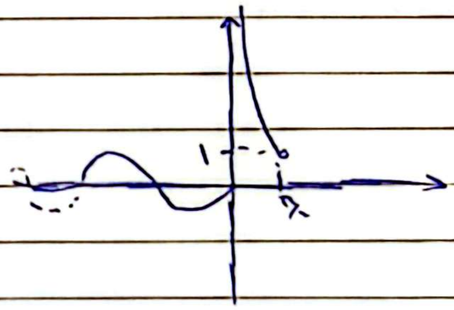
۱/۷۵

ب) $y = 2\cos(x\pi + \pi/2) + 1 \Rightarrow -2\sin(x\pi) + 1 \quad (T = 2)$ ✓



✓

۷)



$\boxed{R_f = [1, +\infty)}$ ✓

۲

۸) $f(x) = a + \frac{b}{4}\sin(4cx) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} = \frac{2\pi}{4c} \to \boxed{c = \frac{5}{4}}$

$y_{min} + y_{max} = 4 = \frac{b}{2} \Rightarrow \boxed{b = 8} \to y_{max} - y_{min} = 4 = 2a \to a = 2$

$\to \frac{8 \times \frac{5}{4}}{2} = \boxed{5}$ ✓

۲

Parsian

/ /

ماکان کیفی

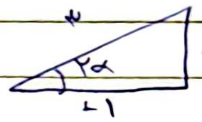
۹)

$T=\pi=\frac{2\pi}{b} \Rightarrow \boxed{b=2}$

$y_{max}-y_{min}=6=2|a| \xrightarrow{a<0} a=-3$

$y_{max}+y_{min}=-2=2c \longrightarrow c=-1 \Rightarrow f(x)=-3\cos 2x-1$

$\cos 2\alpha=\frac{-1}{3} \Rightarrow$



$2\sqrt{2} \Rightarrow \tan 2\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{-1}=\boxed{-2\sqrt{2}}$

۲

۱۰)

$f(-24-1{,}5)=f(-1{,}5)=f(3+1{,}5)=f(1{,}5)=-\frac{1}{2}$

زیرا دوره تناوب آن برابر ۲ می باشد

۲

Parsian

CamScanner