نام و نام خانوادگی: حسام رفیع زاده

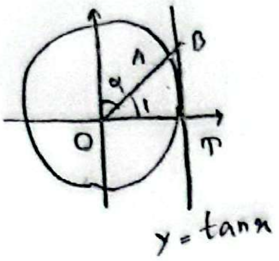
به نام خدا

مقطع: دوازدهم پسر A

شماره: ۱۴

$\underline{\underline{۱۸}}$

-۱



$\sin\alpha_1 = \frac{BT}{OB}$, $\tan\alpha_1 = \frac{BT}{\underset{1}{OT}} \rightarrow \tan\alpha_1 = BT$ ①

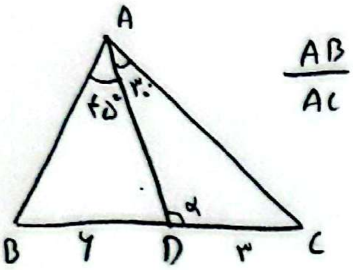
① $\rightarrow \sin\alpha_1 = \frac{\tan\alpha_1}{OB} \rightarrow OB = \frac{\tan\alpha_1}{\sin\alpha_1}$

$AB = OB - \underset{1}{OA} \rightarrow AB = OB - 1 \rightarrow \frac{\tan\alpha_1}{\sin\alpha_1} - 1 = \frac{\frac{\sin\alpha_1}{\cos\alpha_1}}{\sin\alpha_1} - 1$

$\rightarrow \frac{1}{\cos\alpha_1} - 1 = \frac{1}{\cos(۹۰-\alpha)} - 1 = \boxed{\frac{1}{\sin\alpha} - 1}$ ✓ $= \boxed{\frac{1-\sin\alpha}{\sin\alpha}}$

۲

-۲



$\frac{AB}{AC} = ?$

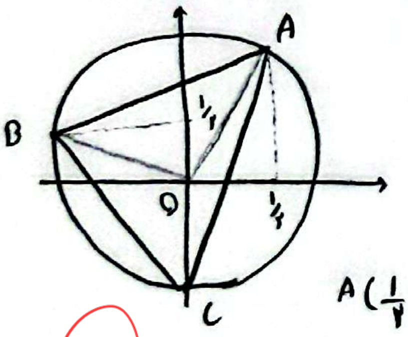
$\triangle ADC$: قضیه‌ی سینوس‌ها $\frac{DC}{\sin\hat{A}_1} = \frac{AC}{\sin\hat\alpha} \rightarrow \frac{۳}{\frac{1}{۲}} = \frac{AC}{\sin\hat\alpha} \rightarrow AC = ۶\sin\hat\alpha$ ①

$\triangle ABD$ قضیه سینوس‌ها : $\frac{BD}{\sin\hat{A}_2} = \frac{AB}{\sin(۱۸۰-\alpha)} \rightarrow \frac{۶}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{AB}{\sin\hat\alpha} \rightarrow AB = ۶\sqrt{۲}\sin\hat\alpha$ ②

①,② $\rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{۶\sqrt{۲}\sin\hat\alpha}{۶\sin\hat\alpha} = \boxed{\sqrt{۲}}$ ✓

۲

-۳



الف) مساحت $\triangle ABC$:

نقطه‌ی A : عرض ½ است $\rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{۲} \rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow$ طول نقطه‌ی A $= \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

نقطه‌ی B : طول ½ است $\rightarrow \sin\hat\beta = \frac{1}{۲} \rightarrow \cos\hat\beta = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \rightarrow$ عرض نقطه‌ی B $= -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$A(\frac{1}{۲}, \frac{\sqrt{۳}}{۲}), B(\frac{-\sqrt{۳}}{۲}, \frac{1}{۲}), C(0, -1)$

$S = \frac{1}{۲}|x_A(y_B - y_C) + x_B(y_C - y_A) + x_C(y_A - y_B)| \rightarrow S = \frac{۵+\sqrt{۳}}{۸}$

۱

$S_{ABC} = \frac{1}{۲} + \frac{1}{۴} + \frac{\sqrt{۳}}{۴} = \frac{۳+\sqrt{۳}}{۴}$

ب) محیط ΔABC

$A(\frac{۱}{۲}, \frac{\sqrt{۳}}{۲}), B(\frac{-\sqrt{۳}}{۲}, \frac{۱}{۲}), C(۰, -۱)$

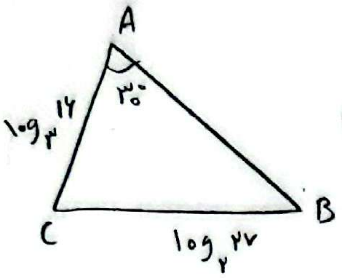
$\overline{BA}$ فاصله‌ی : $\sqrt{(x_B-x_A)^۲+(y_B-y_A)^۲} \longrightarrow \sqrt{(\frac{-\sqrt{۳}}{۲}-\frac{۱}{۲})^۲+(\frac{۱}{۲}-\frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲} = ۱ \nearrow \sqrt{۲}$

$\overline{AC}$ فاصله‌ی : $\sqrt{(\frac{۱}{۲})^۲+(\frac{\sqrt{۳}+۲}{۲})^۲} = \sqrt{۲+\sqrt{۳}}$ $\xrightarrow{+}$ $\boxed{۱+\sqrt{۳}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}$ محیط ABC

$\overline{BC}$ فاصله‌ی : $\sqrt{(\frac{-\sqrt{۳}}{۲})^۲+(\frac{۳}{۲})^۲} = \sqrt{۳}$

محیط $= \sqrt{۲}+\sqrt{۳}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$

۴-



قضیه‌ی سینوس ها ، $\frac{CB}{\sin\hat{A}} = \frac{AC}{\sin\hat{B}} \longrightarrow \frac{\log_۲ ۲۷}{\frac{۱}{۲}} = \frac{\log_۳ ۱۶}{\sin\hat{B}} \rightarrow \sin\hat{B} = \frac{\log_۳ ۱۶}{۲\log_۲ ۲۷}$

$\boxed{\log_۳ ۱۶ = \frac{\log_۲ ۱۶}{\log_۲ ۳} = \frac{۴}{\log_۲ ۳} \quad ①}$ $\xrightarrow{①} \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{\log_۲^۲ ۳} = \sin\hat{B} = \frac{۲}{۳}\log_۳^۲ ۲$

$S = \frac{۱}{۲} \times AC \times BC \times \sin\hat{C}$, $\sin\hat{C} = \sin(۱۸۰-(\hat{B}+\hat{A})) = \sin(\hat{B}+\hat{A}) = \frac{۲}{۳}\log_۳^۲ ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{۱}{۲} \times \cos\hat{B} \xrightarrow{①}$

$\sin^۲\hat{B}+\cos^۲\hat{B} = ۱ \rightarrow \cos\hat{B} = \sqrt{۱-\frac{۴}{۹}\log_۳^۴ ۲}$ ①

$\frac{\sqrt{۳}}{۳}\log_۳^۲ ۲ + \frac{\sqrt{۱-\frac{۴}{۹}\log_۳^۴ ۲}}{۲}$ ۲

$S = \frac{۱}{۲} \times \overset{۲}{\cancel{۴}} \log_{\cancel{۳}} ۲ \times \underset{۱}{\cancel{\log_۲ ۳}} \times ۳ = ۶ \times \boxed{\left(\frac{\sqrt{۳}}{۳}\log_۳^۲ ۲ + \frac{\sqrt{۱-\frac{۴}{۹}\log_۳^۴ ۲}}{۲}\right)}$ مساحت

۵-

① باقی مانده‌ی تقسیم f بر و برابر ۱ ← آن ریشه‌ی و را در f قرار دهیم f برابر ا می شود.

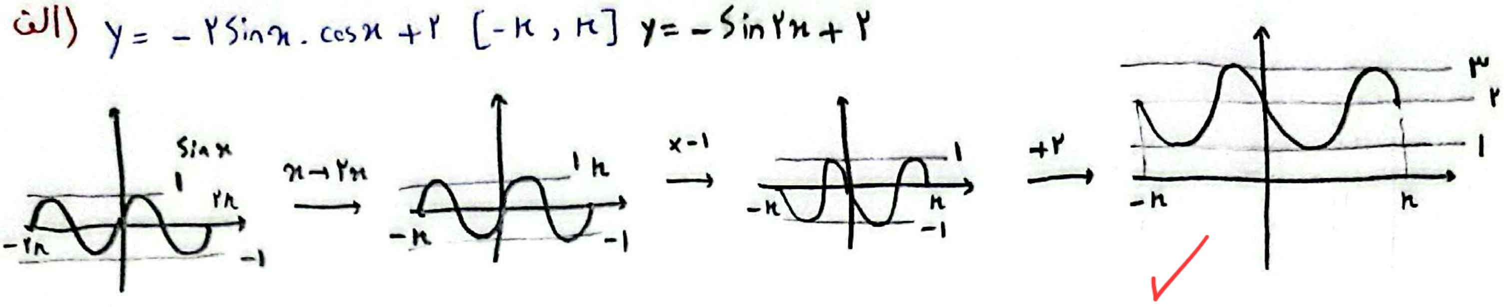
$\xrightarrow{①}$ به جای x ، $\cos\alpha$ قرار دهیم $۲\cos^۴\alpha - \cos^۲\alpha - ۲\sin^۴\alpha + \sin^۲\alpha = ۱ \Rightarrow ۲(\underbrace{\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha}_{\cos ۲\alpha})(\underbrace{\cos^۲\alpha+\sin^۲\alpha}_{۱}) - (\underbrace{\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha}_{\cos ۲\alpha}) = ۱$

$\Rightarrow \cos ۲\alpha = ۱$, $\sin^۲ ۲\alpha + \cos^۲ ۲\alpha = ۱ \rightarrow \sin^۲ ۲\alpha = ۰ \rightarrow \sin ۲\alpha = \boxed{۰}$ ✓

۲

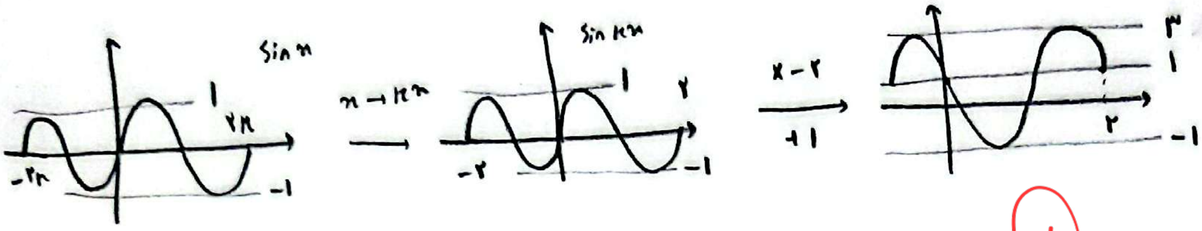
۶-

الف) $y = -۲\sin x . \cos x + ۲$ $[-\pi , \pi]$ $y = -\sin ۲x + ۲$

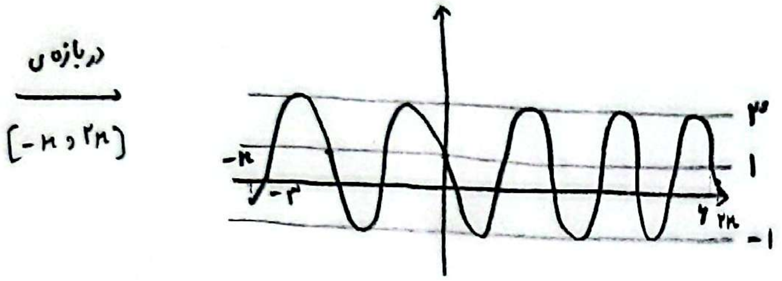


✓

ب) $y = ۲\cos(x + \frac{۱}{۲})\pi + ۱$ $[-\pi , ۲\pi]$ $y = -۲\sin \pi x + ۱$



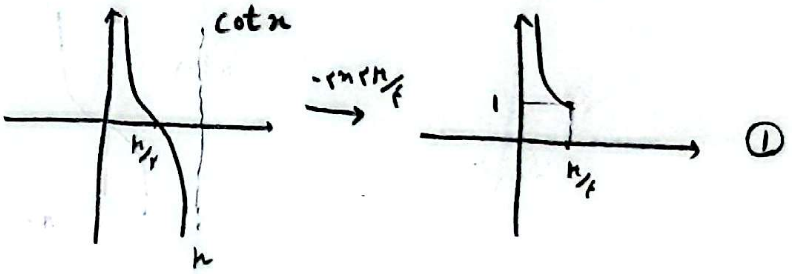
②

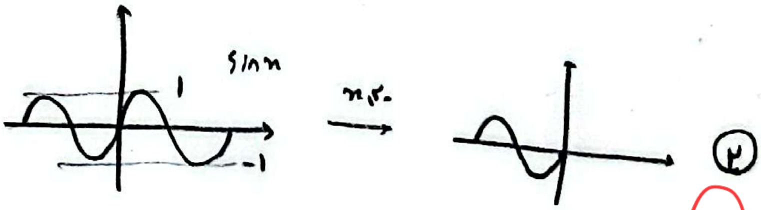


✓

۷-

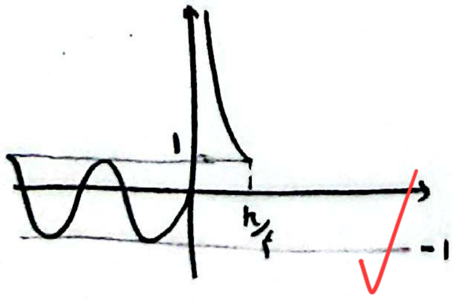
$$f(x) = \begin{cases} \cot x \; ; \; 0 < x < \frac{\pi}{۴} \\ \sin x \; ; \; x \leqslant 0 \end{cases}$$





②

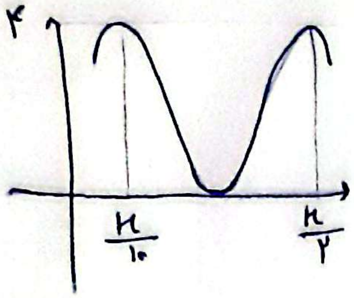
①و② $\longrightarrow$ f(x)



✓

$R_f : [-1 , +\infty)$

-۸



$$f(x)=a+b\,\underbrace{\sin(cx)\,.\cos(cx)}_{\frac{۱}{۲}\sin(۲cx)}\,.\cos(۲cx)$$

$$f(x)=a+\frac{b}{۴}\sin(۴cx)$$

②

$$T=\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۱۰}=\frac{۸\pi}{۲۰}=\frac{۲\pi}{۵}\ ,\ T=\frac{۲\pi}{|۴c|}=\frac{۲\pi}{۵}\xrightarrow{c>۰}۴c=۵\to\boxed{c=\frac{۵}{۴}}$$

$$\left|\frac{b}{۴}\right|+a=۴\to\frac{b}{۴}+a=۴$$

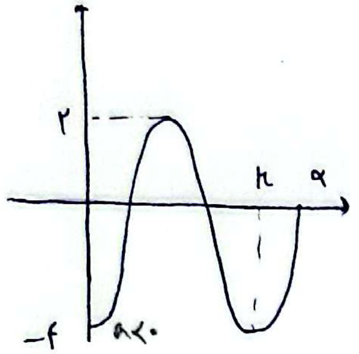
$$-\left|\frac{b}{۴}\right|+a=۰\to\frac{-b}{۴}+a=۰$$

$$\to ۲a=۴\to a=۲\ ,\ b=۸$$

$$\frac{bc}{a}=\frac{۸\times\frac{۵}{۴}}{۲}=\boxed{۵}$$

✓

-۹



$$\alpha=\pi+\frac{\pi}{۴}=\frac{۵\pi}{۴}\longrightarrow\left|\tan\frac{۵\pi}{۴}\right|=\left|\tan\left(\pi+\frac{\pi}{۴}\right)\right|=\boxed{۱}$$

$$T=\pi\to\frac{۲\pi}{b}=\pi\to\boxed{b=۲}$$

①

$$|a|+c=۲\to c-a=۲$$

$$-|a|+c=-۴\to a+c=-۴$$

$$\to ۲c=-۲\to\boxed{c=-۱}\ ,\ \boxed{\cancel{a=-۱}}$$

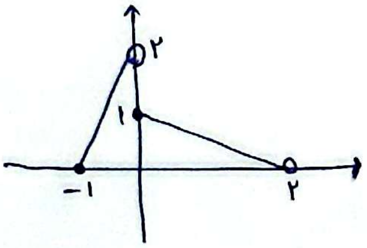
$a=-۳$

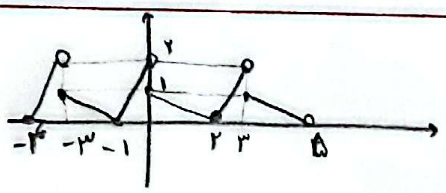
$$f(x)=-\cos ۲x-۱$$

$\cos ۲\alpha=\frac{-۱}{۳}$

$|\tan ۲\alpha|=۲\sqrt{۲}$

-۱۰





$$f(x)=\begin{cases}g(x)=۲x-[۲x] & -۱\leq x<۰\ \text{یا}\ ۲\leq x<۳\ \text{یا}\ ...\\ h(x)=-\frac{۱}{۲}x+\frac{[x+۳]}{۲} & ۰\leq x<۲\ \text{یا}\ ۳\leq x<۵\ ,...\end{cases}$$

اما این براکت کمی فرق می کند باید عدد صحیح کوچکتر را قرار دهیم توضیح بیشتر در ①

$$f(-۳۴,۵)\to -۳۵<-۳۴,۵<-۳۴\xrightarrow[\text{بندی ها}]{\text{با توجه به بازه}}-۳۶<-۳۴,۵<-۳۴\longrightarrow$$

این ضابطه ی $h(x)$ است

$$h(-۳۴,۵)=\frac{-۱}{۲}\times -۳۴,۵+\frac{\overset{-۳۴}{[-۳۶+۲]}}{۲}$$

$$=۱۷,۲۵-۱۷=\boxed{۰,۲۵}$$

② ✓

به عنوان مثال:

$$۲x-[۲x]\quad -۱\leq x<۰\xrightarrow[\text{را در براکت قرار می دهیم}]{\text{ما}\ -۱}۲x+۲$$

①

نه $-۱\leq x<۰$ را