۱۸٫۵

نام و نام خانوادگی ......محمدحسین ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۲... کلاس ......۲ ریاضی A

۱	الف) $1-2\cos^2 x = 3\cos x - 1 \rightarrow \cos x \begin{cases} -2 & \text{غ ق ق} \\ +\frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$ ۲ ب) $2\sin^2 x - 1 + \sin x - 2 = 0 \rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0 \quad \sin x \begin{cases} -\frac{3}{2} & \text{غ ق ق} \\ +1 & \text{ق ق} \end{cases}$ $x = 2k\pi$
۲	الف) $-\sin 2x = \cos 4x \rightarrow \sin 2x = \cos(-4x) \rightarrow \sin 2x = \sin(\frac{\pi}{2}+4x)$ $4x + \frac{\pi}{2} = \begin{cases} 2k\pi + 2x \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \\ 2k\pi - 2x \rightarrow x = \frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{12} \end{cases}$ جواب $\cos 4x(2\sin 2x+1)=0$ ، $2x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ / $x = k\pi - \frac{\pi}{12}$ ، $k\pi + \frac{7\pi}{12}$ $x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ ب) $2\sin^2 x + \cos 2x = \cos^2 x + \sin^2 x \rightarrow \cos 2x = -\sin 2x \rightarrow \tan 2x = -1$ جواب ۱٫۲۵
۳	الف) $\frac{\sin x}{\cos x}(2\sin x + 1) = \frac{1}{\cos x} \rightarrow 2\sin^2 x + \sin x = 1 \rightarrow \sin x \begin{cases} -1 \rightarrow & \text{غ ق ق} \quad \cos \neq 0 \\ \frac{1}{2} \rightarrow & \text{ق ق} \end{cases}$ $\rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ ب) $\xrightarrow{\cos^2 \text{ تقسیم بر}} 1 - \cot x + \cot^2 x = 1 \rightarrow \cot x \begin{cases} 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 1 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \end{cases}$ ۱٫۷۵
۴	الف) $\sin(x+\frac{\pi}{4})\cos(x+\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{4} \rightarrow \cos(2x+\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$ $\rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ جواب ۲ ب) $\sin(2x - \frac{\pi}{9}) = \cos(-2x) \Rightarrow \sin(2x-\frac{\pi}{9}) = \sin(\frac{\pi}{2}+2x) \rightarrow 2x - \frac{\pi}{9} = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{2} + 2x \rightarrow \text{غ ق} \\ 2k\pi - \frac{\pi}{2} - 2x \end{cases}$ $4x = 2k\pi - \frac{7}{18}\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{7}{72}\pi$ جواب
۵	$\frac{2\cos 2x \sin 2x + \cos 2x}{\cos 2x} - \cos^2 x = \sin^2 x \rightarrow 2\sin 2x + 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$ $2\sin 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ جواب ۲

$$\frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{1+\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{1+\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}}\rightarrow tg\frac{\alpha}{4}=\cot\frac{\alpha}{4}\rightarrow tg^2\frac{\alpha}{4}=1\rightarrow tg\frac{\alpha}{4}=\pm 1$$

$$\frac{\alpha}{4}=k\pi\pm\frac{\pi}{4}\rightarrow\alpha=\begin{cases}4k\pi+\pi \xrightarrow{\text{جواب در بازه قرار دارد}} =\pi\\ 4k\pi-\pi \xrightarrow{\quad''\quad''\quad''\quad} =-\pi\end{cases}$$

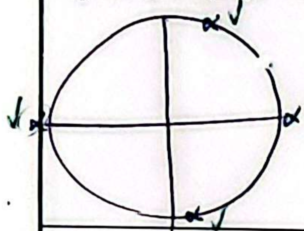
$|-\pi-\pi|=2\pi$ جواب

۶

$$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\cos\alpha=\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\rightarrow\cos\alpha=-1$$

$\sin^2\alpha=0 \rightarrow \alpha=k\pi$

$$3\alpha=2k\pi+\pi\rightarrow\alpha=\frac{2}{3}k\pi+\frac{\pi}{3}$$



→ ۵ جواب دارد

۷

$$\frac{\cos\alpha-\sin\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}=\frac{\sin3\alpha}{\cos3\alpha}\rightarrow\cos3\alpha\cos\alpha-\cos3\alpha\sin\alpha=\sin3\alpha\cos\alpha+\sin3\alpha\sin\alpha$$

$$\rightarrow\cos3\alpha\cos\alpha-\sin3\alpha\sin\alpha=\sin3\alpha\cos\alpha+\sin\alpha\cos3\alpha\rightarrow\cos4\alpha=\sin4\alpha$$

$$tg4\alpha=1\rightarrow4\alpha=k\pi+\frac{\pi}{4}\rightarrow\alpha=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{16}$$ جواب

۸

$$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\cos2x\rightarrow\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}\cos2x$$

$$\rightarrow\cos(\frac{\pi}{4}-x)=\cos2x\Rightarrow\cos(x-\frac{\pi}{4})=\cos2x$$

$$x-\frac{\pi}{4}=2k\pi+2x,\quad x-\frac{\pi}{4}=2k\pi-2x$$

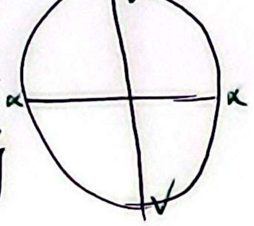
$x=-2k\pi-\frac{\pi}{4}$ (در بازه جواب ندارد)، $x=\frac{2}{3}k\pi+\frac{\pi}{12}$

$$\begin{cases}k=0\rightarrow x=\frac{\pi}{12}\\ k=1\quad x=\frac{9\pi}{12}\\ k=2\quad x=\frac{17\pi}{12}\end{cases}$$ ۳ جواب دارد.

۹

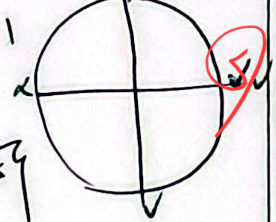
⊕ در معادلاتی که به شکل $\sin^n\pm\cos^n=\pm1$ هستند، ۴ نقطه‌ی $\frac{k\pi}{2}$ را بررسی می‌کنیم.

الف) $\sin^4-\cos^4=1$



→ جواب‌ها $=\{\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\}$

ب) $\sin^3-\cos^3=-1$



جواب‌ها: $\{0,\frac{3}{2}\pi,2\pi\}$

۱۰