۱۴,۵

نام و نام خانوادگی یوسف عربیان ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ....

۱

الف) $1-2\sin^2 x = 3\sin x - 1$

$2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$

$\Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$

یا $(2k+1)\pi - \frac{\pi}{6}$

۲

ب) $2\cos^2 x - 1 + \cos x - 2 = 0$

$2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$

$\cos x = 1$

$\Rightarrow x = 2k\pi$

۲

الف) $\sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)$

$= -\cos 2x = \sin 4x$

$\Rightarrow -\cos 2x = 2\sin 2x \cos 2x$

$\Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} = \sin -\frac{\pi}{6}$

$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightsquigarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12}$

$2x = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{6} \rightsquigarrow x = \frac{(2k+1)}{2}\pi + \frac{\pi}{12}$

$\cos 2x = 0 \to x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

۱,۵

ب) $2\cos^2 x + 2\sin x\cos x = 1$

$1 + \cos 2x + \sin 2x = 1$

$\Rightarrow \cos 2x + \sin 2x = 0$

$\div \cos 2x$

$\Rightarrow 1 + \tan 2x = 0 \Rightarrow \tan 2x = -1$

$= \tan -\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$

۳

الف) $\frac{\cos x}{\sin x} \times (2\cos x + 1) = \frac{1}{\sin x}$

$\xrightarrow{\sin x \neq 0} 2\cos^2 x + \cos x = 1$

$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱,۵

ب) $2\sin^2 x - \sin x\cos x + \cos^2 x - 2 = 0$

$2(\sin^2 x - 1) - \sin x\cos x + \cos^2 x = 0$

$-2\cos^2 x - \sin x\cos x + \cos^2 x = 0$

$-\cos^2 x - \sin x\cos x = 0$

$\xrightarrow{\div \cos^2 x} -1 - \tan x = 0 \Rightarrow \tan x = -1$

$x = k\pi + \frac{\pi}{4}$

۴

$\sin(\frac{\pi}{2} + 2x) = \frac{1}{2} \to \cos 2x = \frac{1}{2} \to x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$

ب) $\cos(2x - \frac{\pi}{9}) = \sin 3x = \cos(\frac{\pi}{2} - 3x)$

$\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{9} = 2k\pi \pm (\frac{\pi}{2} - 3x)$

$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{7\pi}{72}$

۱

۵

$\frac{\sin 4x + \sin 2x}{\sin 2x} - \sin^2 x = \cos^2 x$

$\Rightarrow \frac{2\sin 2x\cos 2x + \sin 2x}{\sin 2x} = \sin^2 x + \cos^2 x$

$2\cos 2x + 1 = 1 \Rightarrow \cos 2x = 0 = \cos\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4}$

۱,۵

۶	۲	$\frac{\sin\frac{x}{۲}}{۱+\cos\frac{x}{۲}} = \frac{۱}{\sin\frac{x}{۲}} + \frac{\cos\frac{x}{۲}}{\sin\frac{x}{۲}} \Rightarrow \tan\frac{x}{۴} = \cot\frac{x}{۴}$ $\frac{x}{۴}+\frac{x}{۴} = \frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$ $\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$ $-\pi \le x \le \frac{۳\pi}{۲} \Rightarrow k = -۱, ۰, ۱ \Rightarrow$ ۳ جواب $\lvert \frac{۳\pi}{۲} - \frac{\pi}{۲} \rvert = \pi$ $\quad \lvert \frac{۳\pi}{۲} - (-\frac{\pi}{۲}) \rvert = ۲\pi$
۷	۱٫۵	$\cos^۲x - \sin^۲x\cos^۳x = ۱$ $\quad \Rightarrow x = \frac{۲k\pi \pm \pi}{۳}$ $\div \sin^۲x$ $\Rightarrow \cot^۲x - \cos^۳x = \frac{۱}{\sin^۲x}$ $\quad ۰ \le x \le ۲\pi \Rightarrow$ ۳ جواب $\Rightarrow \cot^۲x - \cos^۳x = ۱+\cot^۲x$ $\quad x = ۰, \pi, \frac{\pi}{۳}, \frac{۵\pi}{۳}, ۲\pi$ $\Rightarrow \cos^۳x = -۱ = \cos\pi \Rightarrow ۳x = ۲k\pi \pm \pi$
۸	۲	$\frac{۱-\tan x}{۱+\tan x} = \tan ۳x$ $\quad \tan(\frac{\pi}{۴}-x) = \tan ۳x$ $۳x = k\pi + \frac{\pi}{۴} - x$ $\Rightarrow \frac{\tan\frac{\pi}{۴} - \tan x}{۱+\tan\frac{\pi}{۴}\times\tan x} = \tan ۳x$ $\quad \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۱۶}$
۹	۱٫۵	$۱+\sin ۲x = ۲\cos^۲ ۲x \Rightarrow \sin ۲x = ۲\cos^۲ ۲x - ۱ = \cos ۴x$ $= \cos(\frac{\pi}{۲} - ۲x)$ $\Rightarrow ۴x = ۲k\pi \pm (\frac{\pi}{۲} - ۲x) \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۱۲}$ $\sin ۲x = -۱ \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{۴} \rightarrow \frac{۳\pi}{۴}$ یا $x = k\pi - \frac{\pi}{۴}$ $x = k\pi + \frac{\pi}{۱۲} \rightarrow \frac{\pi}{۱۲}$ ۳ جواب $۰ \le x \le \pi \Rightarrow$
۱۰	۲	الف) $\sin^۴x - \cos^۴x = ۱$ $x = ۰$ یا ۲π ✗ $x = \frac{\pi}{۲}$ ✓ $x = \pi$ ✗ $x = \frac{۳\pi}{۲}$ ✓ ب) $\sin^۳x - \cos^۳x = -۱$ $x = ۰$ یا ۲π ✓ $x = \frac{\pi}{۲}$ ✗ $x = \pi$ ✗ $x = \frac{۳\pi}{۲}$ ✓